ECO 9015 **Automne 2013**

Examen intermédiaire

Question 1:
Considérez l'économie suivante:
- Tous les marchés sont compétitifs.
- Il y a un ménage représentatif et une firme représentative.
- Le ménage a une fonction d'utilité courante donnée par

$$u(c_t, d_t, 1-h_t),$$

où c_t représente la consommation de biens non-durables, d_t représente la consommation de biens durables et h_t sont les heures de travail. Il y a donc une distinction entre biens non-durables (périssables) et durables (non-périssables). Les biens durables sont aussi sujets à la dépréciation. Comme les biens durables peuvent être convertis en capital ou en biens non-durables en toute période, la contrainte budgétaire du ménage est

$$w_t h_t + r_t k_t = c_t + k_{t+1} + d_{t+1} - (1-\delta)(k_t + d_t) + T_t.$$

(w_t: salaire réel, r_t: rendement réel du capital; k_t: capital; T_t transfert forfaitaire du ménage vers le gouvernement; δ: taux de dépréciation du capital et des biens durables).
- Le transfert forfaitaire sert à équilibrer les dépenses publiques (constantes) g. Le ménage maximise son utilité sur horizon infini

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(c_t, d_t, 1-h_t),$$

où β est le taux d'escompte. Le ménage commence la période $t = 0$ avec des stocks de capital et de biens durables k_0 et $d_{0.}$
- La firme utilise une technologie

$$y_t = e^{z_t} f(h_t, k_t),$$

où y_t représente l'output et z_t est un choc de productivité suivant le processus stochastique $z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}$.

Nous commençons par résoudre le problème en utilisant la programmation dynamique.
(a) Posez et résolvez le problème de la firme.
(b) Quelles sont les variables de contrôle et d'état du ménage?
(c) Écrivez l'équation de Bellman qui décrit le problème du ménage.
(d) Trouvez les conditions de premier ordre.
(e) Donnez une interprétation intuitive de chaque condition de premier ordre.
(f) Quelle équation décrit l'équilibre budgétaire du gouvernement?

(g) Écrivez l'ensemble des équations d'équilibre sous la forme d'un système où seules les variables d'allocation (c, k, d, h, g, y) apparaissent, mais aucun prix. *(Ces variables peuvent apparaître avec différents indice de période...)*

Nous passons maintenant à l'approche Lagrangienne.

(h) Posez (sans le résoudre) le problème du ménage dans sa version "problème optimal", et sous la forme d'un Lagrangien.

Question 2:

Nous prenons une version simplifiée du modèle du papier Alessandria-Delacroix et étudions l'effet des coûts d'entrée.

(a) Commencez d'abord par expliquer pourquoi dans ce modèle, si on enlève les coûts de licenciement, le problème de la firme devient statique.

Nous supposons maintenant que l'économie dure une seule période (donc le problème de la firme est forcément statique!). Il n'y a pas non plus de coûts de licenciement. Sinon, l'environnement est similaire à celui que nous avons vu.

- Il y a un grand nombre de firmes qui produisent toutes le même bien, mais qui diffèrent dans leur productivité. Ainsi, une fois rentrée dans l'industrie, chaque firme est caractérisée par sa propre productivité idiosyncratique s. Comment cette productivité s est-elle déterminée? Au moment de rentrer sur le marché et après avoir payé les coûts d'entrée pc_e, chaque entrant tire une productivité s provenant d'une distribution $\nu(s)$.

- Étant donné s, le prix du bien produit p et le salaire w, chaque firme doit choisir un niveau d'emploi n et produire utilisant une technologie $f(n) = s\sqrt{n}$.

- L'économie ne dure qu'une période.

(b) Déterminez la demande individuelle pour l'emploi de chaque firme, en fonction de sa productivité s et du salaire réel w/p.

(c) Déterminez le profit de chaque firme, en fonction de sa productivité s, du salaire réel w/p et du niveau des prix p.

(d) Quelle est la valeur nette d'entrée (après paiement des coûts d'entrée) sur le marché? Écrivez-là d'abord en supposant que les productivités sont tirées d'une distribution à support continu. Écrivez-là également en supposant que le support est discret, i.e. $\{s_1, ..., s_N\}$. En déduire la condition de libre entrée.

(e) Quel est le signe de la relation entre salaire réel et coûts d'entrée obtenue? Expliquez intuitivement.

(f) Intuitivement, peut-on généraliser ce dernier résultat à une économie à horizon infini, mais sans coût de licenciement? Peut-on le généraliser à une économie à horizon infini et avec coûts de licenciement, telle que vue dans le papier? *On ne vous demande pas de redériver quoi que ce soit pour cette question.*

Question 3: *Pour ces questions de méthodologie, je vous suggère de donner des réponses concises mais précises, plutôt que longues et vagues...*

(a) Qu'est ce que l'environnement d'un modèle économique?

(b) Quelles sont les différences fondamentales entre un problème d'équilibre et un problème optimal?

(c) Soit un problème économique donné. Quel opérateur T a pour point fixe la fonction de valeur associée à ce problème? En d'autres termes, écrivez l'équation définissant cet opérateur *[pour répondre, vous pouvez* *soit utiliser l'exemple générique utilisé en cours, soit vous baser sur le problème de croissance optimale de Ramsey.]*

(d) Que dit le théorème de l'application contractante[1] et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique?

(e) Soit le problème de Ramsey déterministique, sans choix d'heures. Utilisant les notations habituelles, nous commençons par rappeler les conditions de premier ordre de ce problème:

$$u'(c) = \beta v'(k') = \beta[f'(k') + 1 - \delta]u'(c').$$

Cela donne un capital à l'état stationnaire k^* solution de $1 = \beta[f'(k^*) + 1 - \delta]$. On rappelle aussi que les fonctions f et v sont strictement concaves. Démontrez la convergence globale de la solution d'équilibre vers l'état stationnaire.

(f) Expliquez en quelques lignes la méthode générale d'itération sur la fonction de valeur (IFV). En particulier, *(1)* comment est-elle reliée au théorème de l'application contractante?; *(2)* comment se structure l'algorithme? *[pour cette deuxième partie, on vous demande juste quels sont les principaux blocs de l'algorithme, sans rentrer dans les détails de la programmation.]*

(g) Quelles sont les limites de la méthode IFV?

(h) Comment ajuste-t-on la méthode IFV pour accommoder un choix d'heures?

(i) Pourquoi faut-il stationnariser un problème quand on utilise la programmation dynamique?

(j) Soit une fonction de production

$$\begin{cases} y_t = A_t k_t^{\alpha}[(1+g)^t h_t]^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \\ A_t = Ae^{z_t}, \end{cases}$$

où g représente la tendance à la croissance du progrès technologique et z_t représente le choc technologique temporaire. Les chocs $\{z_t\}$ sont supposés suivre un processus stochastique $z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}$. On suppose que les innovations $\{\varepsilon_t\}$ sont tirées chaque période d'une distribution normale d'espérance zéro et de variance σ_ε^2 et sont indépendantes et identiquement distribuées. Sur la période considérée pour l'estimation du processus stochastique, la séquence $\{y_t, k_t, h_t\}$ est observée. De plus, le taux de croissance g est observé et le paramètre α été préalablement estimé. Expliquez comment estimer le processus stochastique, c'est à dire les paramètres ρ et σ_ε^2.

[1] *Rappel:* Soit (S, d) un espace métrique et g une application de S dans S. g est une application contractante de module $\beta \in (0, 1)$ si $d(g(x), g(y)) \leq \beta d(x, y)$ pour tout $(x, y) \in S^2$.