

Université du Québec à Montréal, Département des sciences économiques

Cours: ECO1272 - Méthodes d'analyse économique I

Trimestre: Automne 2010

Professeur: Alain Delacroix

- Vous avez trois heures pour répondre aux questions.
- Écrivez vos noms, prénoms et code permanent sur chaque cahier d'examen.
- Rendez l'examen **avec les questions**.
- Pour chaque question, toutes les étapes de la réponse doivent être clairement exposées. La proportion des points allouée à la réponse finale est 1/4, et celle allouée à la justification de la réponse est 3/4.

À LIRE ATTENTIVEMENT:

** Matériel permis sur les bureaux: stylos et crayons, règle, pas de calculatrice. Tout autre matériel pourra être confisqué en début d'examen, et remis à l'étudiant à sa sortie de la salle d'examen.

** Aucune documentation n'est permise.

** Écrivez lisiblement. Utilisez une nouvelle page pour chaque question et en indiquez clairement le numéro.

QUESTION 1: (15 points)

Étudiez la fonction

$$f(x) = e^{x+1} - x.$$

Cela implique: (i) préciser les domaines de définition de f , f' et f'' , (ii) calculer les dérivées premières et secondes, (iii) produire le tableau qui, à partir des dérivées premières et secondes, permet de connaître les propriétés de monotonie et de concavité de la fonction f , (iv) pour quelles valeurs de x la fonction est-elle croissante/décroissante?; pour quelles valeurs de x la fonction est-elle concave/convexe?

(v) Cette fonction a-t-elle un extremum? De quel type (maximum ou minimum)? Local ou global? Expliquez tout, en utilisant les conditions de premier et second ordre.

QUESTION 2: (15 points)

Soit la fonction

$$g_p(x) = e^{p+x} - p.x,$$

où p est un paramètre strictement positif.

(i) Pour quelle valeur de x la fonction produit-elle son extremum? (ii) Quelle est la valeur de la fonction à ce point? Quand $p = 1$, vérifiez que vous retrouvez vos résultats de la question précédente. Expliquez tout.

QUESTION 3: (15 points)

Pour chacune des fonctions suivantes, donnez le domaine de définition D_f et calculez les dérivées premières et secondes.

- a. $f(x) = x^4 - \ln x$; b. $f(x) = x.e^x$; c. $f(x) = x/(1+x)$; d. $f(x) = e^{\sqrt{x}}$.

QUESTION 4: (15 points)

Un monopoleur fait face à la fonction de demande suivante

$$p = 1 - q,$$

où p et q sont respectivement le prix et la quantité demandée. Sa fonction de coût est donnée par

$$C(q) = q^2.$$

- Supposez que le monopoleur choisisse la quantité à produire, en tenant compte de la demande et de ses coûts de production. Exprimez le profit $\pi(q)$ en fonction de la quantité produite. Expliquez.
- Quelle quantité q^* maximise ses profits? Quel est le prix p^* correspondant? Détaillez vos calculs.

QUESTION 5: (15 points)

- Soit la fonction $f_d(x) = \ln x - d.x$, où $x > 0$ et $d > 0$. Utilisez les conditions de premier et second ordre pour déterminer l'extremum (maximum ou minimum) de $f_d(x)$. Pour quelle valeur de x l'extremum est-il atteint? Quelle est la valeur de la fonction à ce point? Expliquez tout.
- Soit la fonction $g_m(x) = e^x - m.x$, où $x > 0$ et $m > 0$. Utilisez les conditions de premier ordre pour déterminer l'extremum de $g_m(x)$. Pour quelle valeur de x l'extremum est-il atteint? Quelle est la valeur de la fonction à ce point? Expliquez tout.

QUESTION 6: (15 points)

Soit le système linéaire

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

- Écrivez le système sous forme matricielle $A.\mathbf{x} = b$.
- Résolvez le afin d'obtenir (x, y, z) en utilisant la méthode qui se fonde sur l'inverse de la matrice des coefficients. Toutes les étapes de la réponse doivent être clairement exposées.

QUESTION 7: (10 points)

Soit le système linéaire ci-dessus. Trouvez la valeur-solution pour x_2 exclusivement en utilisant la méthode de Cramer. Expliquez comment vous procédez.