

**Exercice 1:**

L'environnement est le suivant: ménages/firmes représentatifs; marchés compétitifs; préférences  $u(c, 1 - h) = (c \cdot (1 - h))^{1-\gamma} / (1 - \gamma)$ ; technologie  $F(h, k) = h^\theta k^{1-\theta}$ . Le gouvernement subventionne l'investissement au taux  $\phi$ , c'est-à-dire que pour chaque unité d'investissement, le ménage reçoit  $\phi$  unités de biens en retour. Ce programme est financé par une taxe forfaitaire  $T_t$ .

(a) Comment écrivez-vous la contrainte de budget du ménage?

Considérons le problème d'équilibre. Les prix du travail et du capital sont dénotés  $w$  et  $r$ , respectivement.

(b) Écrivez et résolvez le problème du ménage.

(c) Écrivez et résolvez le problème de la firme.

(d) Obtenez la contrainte de ressource agrégée.

(e) Résumez toutes les conditions nécessaires pour caractériser l'équilibre. En particulier, comment peut-on interpréter la CPO sur l'investissement en présence de cette subvention?

**Exercice 2:**

Considérez le modèle de croissance suivant. Environnement: ménages/firmes représentatifs; marchés compétitifs. Les ménages ont des préférences données par

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \gamma > 0, \quad 0 < \beta < 1,$$

et la fonction de production est

$$y_t = f(k_t) = Ak_t, \quad A > 0.$$

Supposez qu'il y ait une dépréciation complète du capital chaque période.

1. Dénotez par  $\omega_t$  la fraction de la production consommée à la date  $t$ . Est-il optimal de choisir  $\omega_t$  égal à 0 ou à 1 à une date donnée? Pourquoi?
2. Dérivez la condition de premier ordre du problème du planificateur social.
3. Dérivez une relation non-linéaire entre  $\omega_t$  et  $\omega_{t+1}$ <sup>1</sup>. Existe-t-il une valeur constante de  $\omega$  satisfaisant cette équation?
4. Supposez que  $\omega$  soit constant. Quelle condition sur  $A$  et  $\beta$  est nécessaire afin d'obtenir une croissance positive?
5. Nous aimerions déterminer si un impôt proportionnel à la richesse influe sur la croissance (i.e. un impôt que les ménages ont à payer, proportionnel à leurs revenus; supposez pour raison de simplicité que les revenus de cet impôt sont jetés à la mer et n'ont pas d'effet sur l'utilité des ménages). Écrivez la contrainte de budget et dérivez les conditions de premier ordre. Quel est l'effet sur la croissance?

**Exercice 3:**

<sup>1</sup>Équation de différence du premier ordre pour  $\omega_t$

Soit  $S = (0, 1) \subset \mathbb{R}$  et  $d(x, y) = |x - y|$  pour tout  $(x, y) \in S^2$ . Vérifiez par l'intermédiaire d'un contre-exemple que  $(S, d)$  n'est pas un espace métrique complet.