Partie 1:
L'algorithme suivant est de Karen Kopecky. Implémentez le sur MATLAB. Il est bien sûr très similaire à ce que nous avons vu en classe, la différence principale étant qu'il n'utilise pas autant que nous l'écriture matricielle compacte. En particulier, il va falloir passer par des boucles du type (for i=1:points ...) pour l'étape 4 ci-dessous. Je vous demande donc bien sûr de vous concentrer sur cette partie là.
(Vous pouvez vous aider de l'intro aux commandes MATALB sur le site.)

- *Step 1. Choose a relative error tolerance level,* ε.
- *Step 2. Discretize the state space by constructing a grid for capital:* $\{k_1, k_2, ..., k_{N_k}\}$.
- *Step 3. Start with an initial guess of the value function,* $V^0(k)$. *This is a vector of length* N_k, *i.e.* $V^0(k) = \{V^0(k_j)\}_{j=1}^{N_k}$.
- *Step 4. Update the value function using the Bellman equation for the Ramsey problem. Specifically, i) fix the current capital stock at one of the grid points,* k_j, *beginning with* $j = 1$; *ii) for each possible choice of capital next period,* k_i, $i = 1, ..., N_k$, *compute*

$$Q_{i,j} = u(f(k_j) + (1 - \delta)k_j - k_i) + \beta V^0(k_i).$$

If consumption is negative, assign a large negative number to $Q_{i,j}$; *iii) find the location of the maximum for each of the column vector* $[Q_{1j}...Q_{N_k j}]^T$. *Store the maximum as the* j^{th} *element of the updated value function,* $V^1(k)$. *Store the location of the maximizer, as the* j^{th} *element in the policy vector; iv) Choose a new grid point for the current capital stock and repeat the steps. Once you have completed these steps for each value of* k_j, *i.e. for* $j = 1, .., N_k$, *you will have updated value and policy functions and can continue to the next step.*
- *Step 5. Compute the distance between* $V^0(k)$ *and* $V^1(k)$. *A common definition of distance* d *is* $\max_{l \in \{1,...,N_k\}} |V^1(k_l) - V^0(k_l)|$.
- *Step 6. If the distance is within the error tolerance level, the value function has converged, so you have obtained the numerical estimates of the value and policy functions. If* $d > \varepsilon$, *return to Step 4, setting the initial guess to the updated value function. Keep iterating until the value function has converged.*

Partie 2:
Prenez Ramsey.m et introduisez un terme de productivité z, i.e. $y = zk^\alpha$. En partant du niveau de capital minimum, générez une séquence de rendements du capital pour un sentier de transition de 50 périodes (choisssez suffisament de périodes pour arriver à l'état stationnaire). Faites cela pour plusieurs niveaux de productivité. Que constatez-vous?

Partie 3:
Pour trois valeurs de β différentes, et en partant à chaque fois de k_{bas}, combien de temps cela prend-il pour arriver à moins de 3% de l'état stationnaire? Intuition?

Partie 4:
Prenez Ramsey.m avec une grille très restreinte de 10 points. À partir d'une conjecture initiale $V^0(k) = 0$, montrez les 5 premières itérations pour (i) la fonction de valeur et pour la règle de décision.

Partie 5:
Nous revenons à l'équation de Bellman du problème de Ramsey. Nous savons que nous pouvons itérer sur l'opérateur suivant et converger vers la fonction de valeur

$$v^{n+1}(k) = Tv^n(k) = \max_{k'} u(k';k) + \beta v^n(k').$$

Si nous prenons comme conjecture initiale $v^0(k) = 0$, comment peut interpréter le résultat de la première itération ($v^1(k)$)? En utilisant la même intuition, comment peut-on interpréter $v^n(k)$?
Est-ce que cette interprétation suggère une autre conjecture possible pour $v^0(k)$?