ECO 9015 **Automne 2014**

Examen intermédiaire

Question 1:
Considérez l'économie suivante: tous les marchés sont compétitifs; il y a un ménage représentatif et une firme représentative; le ménage a une fonction d'utilité courante donnée par $u(c_t, 1-h_t)$, où c_t représente la consommation et h_t les heures de travail. La contrainte budgétaire du ménage est

$$w_t h_t + r_t k_t = c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t + T_t$$

(w_t: salaire réel, r_t: rendement réel du capital; k_t: capital; T_t transfert forfaitaire du ménage vers le gouvernement; δ: taux de dépréciation du capital). Le transfert forfaitaire sert à équilibrer les dépenses publiques g. Le ménage maximise son utilité sur horizon infini

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(c_t, 1-h_t),$$

où β est le taux d'escompte. Le ménage commence la période $t=0$ avec un stock de capital k_0. La firme utilise une technologie $y_t = e^{z_t} f(h_t, k_t)$, où y_t représente l'output et z_t est un choc de productivité suivant le processus stochastique $z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}$.

Nous commençons par résoudre le problème en utilisant la programmation dynamique.
(a) Posez et résolvez le problème de la firme.
(b) Quelles sont les variables de contrôle et d'état du ménage?
(c) Écrivez l'équation de Bellman qui décrit le problème du ménage.
(d) Trouvez les conditions de premier ordre. Donnez une intuition pour chacune.
(e) Quelle équation décrit l'équilibre budgétaire du gouvernement?
(f) Écrivez l'ensemble des équations d'équilibre sous la forme d'un système où seules les variables d'allocation (c, k, h, g, y) apparaissent, mais aucun prix. *(Ces variables peuvent apparaître avec différentes périodes).*

Nous passons maintenant à l'approche Lagrangienne.
(g) Prenez le même environnement, mais en version déterministique (i.e. $z_t = 0$, pour tout t). Posez (sans le résoudre) le problème du ménage dans sa version "problème optimal", et sous la forme d'un Lagrangien.

Question 2:
Considérez un modèle néoclassique traditionnel, à une différence (importante) près. Supposez que chaque période, il y ait une possibilité d'une "catastrophe" - par exemple une émeute. Si l'émeute a lieu, alors le capital k_t est réduit à $\underline{k}$ (si l'on part sous $\underline{k}$, le stock de capital devient $\underline{k}$). La probabilité d'une émeute la

période prochaine est égale à $\pi/(1+T_t)$, où $0 < \pi < 1$ et T_t est le nombre de périodes depuis la dernière émeute (s'il y a une émeute aujourd'hui, alors la probabilité d'une émeute demain est $\pi/2$).
Il n'y a pas d'autre source d'incertitude.
L'agent représentatif a une fonction d'utilité $u(c_t)$, où c_t représente la consommation à la date t. Les ménages escomptent le futur au taux $0 < \beta < 1$. Les ménages louent leur capital et leur travail aux firmes aux taux r_t et w_t, respectivement. Les firmes produisent selon une technologie à rendements d'échelle constants $y_t = f(h_t, k_t)$. Le capital se déprécie au taux $0 < \delta < 1$.

(a) Quelles sont les variables de contrôle et d'état des ménages?
(b) Quelle est la contrainte de budget des ménages? Expliquez.
(c) Posez et résolvez le problème des firmes.
(d) Posez l'équation de Bellman des ménages et résolvez la pour trouver les conditions de premier ordre.
(e) En vous aidant de ces dernières, donnez une intuition pour la relation entre T_t et l'investissement i_t.

Question 3:
Nous étudions un "modèle d'industrie" où l'économie ne dure qu'une période. Il y a un grand nombre de firmes qui produisent toutes le même bien, mais qui diffèrent dans leur productivité. Le prix de ce bien est normalisé à 1. Ainsi, une fois rentrée dans l'industrie, chaque firme est caractérisée par sa propre productivité idiosyncratique s. Au moment de rentrer sur le marché et après avoir payé les coûts d'entrée c_e, chaque entrant tire une productivité s provenant d'une distribution $\nu(s)$. Étant donné s et le salaire réel w, chaque firme doit choisir un niveau d'emploi n et produire utilisant une technologie $f(n) = s\sqrt{n}$.
(a) Déterminez la demande pour l'emploi de chaque firme, en fonction de s et w.
(b) Déterminez le profit de chaque firme, en fonction de s et w.
(c) Quelle est la valeur nette d'entrée (après paiement des coûts d'entrée) sur le marché? Écrivez-là en supposant que le support est discret, i.e. $\{s_1, ..., s_N\}$. En déduire la condition de libre entrée.
(d) Quel est le signe de la relation entre salaire réel et coûts d'entrée obtenue? Expliquez intuitivement.
(e) Supposez que les firmes paient une taxe sur le profit, c'est à dire que leur profit résiduel est $(1-\tau)(f(n) - wn)$, au lieu de $f(n) - wn$. Comment cela affecte-t-il le salaire réel? Donnez de l'intuition.
(f) Les ménages ont une utilité $u(c, N) = \ln c - AN$, où N représente le travail, et $A > 0$. Comment la consommation est-elle affectée par la taxe τ?

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(a) Supposez que les conditions soient là pour l'équivalence entre allocation d'équilibre et allocation optimale. Malgré tout, quelles sont les différences fondamentales entre la *résolution* d'un problème d'équilibre et celle d'un problème optimal?
(b) Quelles restrictions les conditions d'Inada imposent-elles sur les dérivées des fonctions d'utilité et de production? En quoi sont-elles utiles pour un macroéconomiste?
(c) Considérez un environnement avec externalités sur un des intrants dans la fonction de production. Soulignez les différences principales dans la façon de résoudre les problèmes d'équilibre et optimal.

(d) Soit un problème économique donné. Quel opérateur T a pour point fixe la fonction de valeur associée à ce problème? En d'autres termes, écrivez l'équation définissant cet opérateur *[vous pouvez soit utiliser l'exemple générique utilisé en cours, soit vous baser sur le problème de croissance optimale de Ramsey.]*

(e) Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique?

(f) Expliquez en quelques lignes la méthode générale d'itération sur la fonction de valeur (IFV). En particulier, *(1)* comment est-elle reliée au théorème de l'application contractante?; *(2)* comment se structure l'algorithme? *[pour cette deuxième partie, on vous demande juste quels sont les principaux blocs de l'algorithme, sans rentrer dans les détails de la programmation.]*

(g) Supposez que le gouvernement impose des taxes (τ_w, τ_k) sur les revenus du travail et du capital, respectivement, afin de financer ses dépenses. Est-ce que la taxe sur le travail est distortionnaire quand il n'y a pas de désutilité du travail? Pourquoi? Est-ce que la taxe sur le capital est distortionnaire quand le capital se déprécie entièrement chaque période ($\delta = 1$)? Pourquoi?