

## Examen final

**Question 1:**

Soit une économie constituée de deux pays, “a” et “b”. Ces deux pays produisent le même bien, utilisent la même technologie (fonction de production  $e^z f(h, k)$ ), et sont caractérisés par les mêmes préférences (fonction d'utilité strictement croissante et concave  $u(c)$  et taux d'escompte  $\beta$ ). Toutefois, ils sont sujets à des processus stochastiques différents: pour  $p \in \{a, b\}$ ,  $z_{t+1}^p = \rho z_t^p + \varepsilon_{t+1}^p$  (ainsi, les innovations sont tirées de deux processus différents). On s'intéresse ici uniquement au problème optimal. De fait, nous considérons le problème d'un planificateur social qui désire maximiser l'utilité *pondérée* des utilités à horizon infini des ménages représentatifs de “a” et de “b”, avec des poids  $\psi$  et  $1 - \psi$ , respectivement ( $0 < \psi < 1$ ).

- (1) Dénotez  $c_t^p$  et  $i_t^p$  les consommations et investissements en  $p$ , écrivez le problème de maximisation du planificateur, en tenant compte de toutes les contraintes. Quelles sont ses variables de choix?
- (2) Écrivez maintenant l'équation de Bellman caractéristique de ce problème. Quelles sont les variables d'état? Quelles sont les variables de contrôle?
- (3) Obtenez les conditions de premier ordre.
- (4) Sous quelle(s) condition(s) est-ce que les consommations à travers pays sont égalisées à chaque période?

**Question 2:**

Soit un environnement à deux périodes, avec un ménage représentatif et un gouvernement. Le ménage prend des décisions chaque période: en première période, il choisit une consommation  $c_1$  et un investissement  $k$ ; en deuxième période, il choisit de consommer  $c_2$  et de travailler  $h$ . Les préférences du ménage sont données par une fonction d'utilité  $u(c_1 + c_2, 1 - h)$ . Comme la technologie de production implique un produit marginal du capital constant  $R > 1$  et un produit marginal du travail égal à 1, les revenus de la deuxième période sont  $(1 - \tau_k)Rk + (1 - \tau_h)h$  - les revenus (exogènes) de la première période sont  $\omega$ . Pour financer ses dépenses publiques  $G$ , le gouvernement choisit les taux de taxes  $\tau_k$  et  $\tau_h$ . Ces taux sont choisis entre les deux périodes.

- (1) Écrivez les contraintes de budget du ménage en première et en deuxième périodes. Écrivez la contrainte de budget gouvernementale.
- (2) Pourquoi y a-t-il un problème d'incohérence temporelle avec cet environnement? Donnez une intuition.
- (3) Nous allons essayer de déterminer le plan “temporellement cohérent” (“time consistent”) en suivant la logique du papier de Kydland et Prescott. *Attention: en (3a)-(3c), on ne vous demande pas de résoudre quoi que ce soit, mais plutôt de poser proprement les problèmes à résoudre. Aussi, si une variable endogène  $x$  est prise comme constante dans un problème donné, il est bon de l'écrire  $\bar{x}$ . Vous pouvez aussi introduire de la notation supplémentaire, si vous pensez pouvoir expliquer plus clairement ainsi.*

- (3a) Ecrivez le problème à maximiser du ménage en deuxième période, en prenant bien soin de préciser ce qui est choisi, et surtout ce qui est pris comme donné.
- (3b) En vous basant là-dessus, écrivez le problème du gouvernement entre les deux périodes.
- (3c) De même, écrivez le problème du ménage en première période.

**Question 3:** *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*

- (a) Quand dit-on que la propriété d'équivalence à la certitude ("certainty equivalence property") est satisfaite? Donnez un exemple vu où ce principe est satisfait.
- (b) Expliquez brièvement la méthodologie utilisée pour calibrer le processus stochastique de la technologie dans le modèle RBC de base.
- (c) De quel fait empirique se sert-on pour restreindre l'utilité à la famille de fonctions d'aversion relative au risque constante (CRRA)?
- (d) Log-linéarisez la contrainte de ressources agrégées, ainsi que la loi de transition pour le processus stochastique (on se réfère au problème de Ransey de base). Expliquez comment vous passez de variables en niveau à des variables en déviation.
- (e) Pourquoi l'introduction de chocs gouvernementaux dans le modèle RBC de base contribue-t-elle à réduire la corrélation entre heures de travail et productivité?
- (f) Décrivez brièvement le principe de la méthode de résolution par perturbation.
- (g) Dans quels cas est-il bon d'utiliser des développements du second ordre des règles de décision?
- (h) Soit une économie statique. La production est donnée par  $y_t = z_t h_t$ , où la productivité  $z_t$  est tirée d'un processus stochastique tel que  $\ln z_{t+1} = \rho_z \ln z^* + (1 - \rho_z) \ln z_t + \varepsilon_{z,t+1}$ . Nous supposons que  $z^* = 1$ . Les préférences des ménages sont  $u(c_t, 1 - h_t) = \ln c_t + A \ln(1 - h_t)$ ,  $A > 0$ . Les ménages louent leur travail aux firmes à un salaire  $w_t$ . Le gouvernement dépense  $g_t$  chaque période, où  $g_t$  est un autre processus stochastique, tel que  $\ln g_{t+1} = \rho_g \ln g^* + (1 - \rho_g) \ln g_t + \varepsilon_{g,t+1}$ . Ces dépenses sont financées par des taxes forfaitaires  $T_t$ . Posez et résolvez le problème d'équilibre du ménage. Ensuite, log-linéarisez ce système afin d'obtenir la règle de décision pour les heures de travail (en déviation).
- (i) Prenez le même problème que ci-dessus, mais supposez que le travail est taxé distortionnairement à un taux fixe  $\tau$  (on garde les taxes forfaitaires). Répondez aux mêmes questions qu'en (h). Comparez les deux règles de décision. Quel cas donne le plus de variabilité?
- (j) Nous nous référons au modèle de réputation de la banque centrale vu en classe. Pourquoi un gouverneur peut-il avoir une incitation à bâtir une réputation? Utilisez cette intuition pour justifier le type de paramètres qui supportent un équilibre réputationnel.