ECO 9015 **Automne 2015**

Examen intermédiaire

Question 1:
Considérez l'économie suivante. Il y a un agent représentatif qui a des préférences données par $\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(c_t)$, où la fonction u est différentiable, croissante et strictement concave. La technologie est donnée par $c_t + i_t + g_{t+1} = f(k_t, g_t)$. Ainsi, les dépenses gouvernementales[1] entrent dans la fonction de production. De plus, l'output est utilisé pour la consommation, l'investissement ($i_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t$) et les dépenses publiques pour la période suivante (les dépenses publiques sont complètement dépréciées d'une période à l'autre). Les valeurs k_0 et g_0 sont données. La fonction f est strictement concave, croissante dans chaque argument et différentiable. Le taux d'escompte est $\beta \in (0,1)$.

Nous commençons par résoudre le problème en utilisant la programmation dynamique.
(a) Posez et résolvez le problème du planificateur social, où ce dernier choisit *également* les dépenses publiques. Assurez-vous bien d'identifier ses variables d'état, ainsi que ses variables de contrôle.
(b) Caractérisez l'état sationnaire et interprétez les conditions de premier ordre.
(c) Montrez qu'une fonction de production à rendement d'échelle constant ne peut être consistante avec un tel état stationnaire. *(Pour cette question, vous pouvez vous simplifier la vie en supposant que $\delta = 1$. Aussi, bien que cela ne soit pas nécessaire, vous pouvez supposer que $f(k,g) = k^\alpha g^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.)*
(d) Supposez que $f(k,g) = zk^\alpha g^\eta$, où $0 < \alpha, \eta < 1$ et $\alpha + \eta < 1$. Le terme z représente la productivité déterministique. Montrez que le ratio investissement/PIB est indépendant de z à l'état stationnaire. Interprétez la dépendance de ce ratio sur les paramètres (α, β, δ).
(e) Posez le problème du planificateur sous forme d'un Lagrangien.
(f) Résolvez ce problème pour les conditions de premier ordre.

Question 2:
Emma veut dilapider l'héritage d'une valeur H_0 qu'elle vient de recevoir à $t = 0$, mais elle veut le faire optimalement, c'est à dire en le faisant sur un horizon infini. Comme cette ressource n'est pas renouvelable, la valeur H_t de l'héritage à toute date ultérieure t est donnée par $c_t + H_{t+1} = H_t$, où c_t représente la consommation. La fonction d'utilité est $u(c_t)$ et le temps est escompté au taux $\beta < 1$.

(a) Nous voulons utiliser la programmation dynamique pour résoudre ce problème. Quelles sont les variables de contrôle et d'état d'Emma?
(b) Écrivez l'équation de Bellman correspondant à ce problème et trouvez les conditions de premier ordre. A quoi est égal le taux marginal de substitution entre la consommation de deux périodes successives $[u'(c_t)/(\beta u'(c_{t+1}))]$? Expliquez.

[1] On peut interpréter ces dépenses comme de l'infrastructure.

(c) Supposez que chaque période, Emma reçoit de façon aléatoire un cadeau d'un de ses nombreux admirateurs, d'une valeur ε_t. Cette valeur est ajoutée à ce qui reste de son héritage au début de la période. Les tirages de ε_t sont des variables indépendantes et identiquement distribuées. Posez l'équation de Bellman d'Emma et résolvez la.

Question 3:
L'économie dure une seule période. Il y a un grand nombre de firmes qui produisent toutes le même bien (dont le prix est 1), mais qui diffèrent selon leur productivité. Pour pouvoir être active, une firme doit payer un coût d'entrée c_e (en termes de biens produits) et reçoit alors une productivité (idiosyncratique) $s \in S = \{s_1, ..., s_N\}$. Cette dernière est tirée d'une distribution $\nu(s)$. Étant donné s et le salaire réel w, chaque firme doit choisir un niveau d'emploi n et produire utilisant une technologie $f(n) = sn^{1/2}$.
(a) Déterminez la demande pour l'emploi de chaque firme, en fonction de s et w.
(b) Déterminez le profit de chaque firme, en fonction de s et w.
(c) A quoi est égal le ratio profit/demande emploi? Donnez-en une explication basée sur des arguments économiques.
(d) Quelle est la valeur nette d'entrée (après paiement des coûts d'entrée) sur le marché?
(e) En supposant la libre entrée des firmes dans l'industrie, en déduire le salaire réel.
(f) Supposez un choc permanent qui augmente toutes les productivités individuelles d'un facteur z (donc, maintenant les firmes tirent d'une même distribution ν, mais les valeurs tirées appartiennent à $\{zs_1, ..., zs_N\}$). Considérez le salaire comme une fonction de z. A quoi est égale l'élasticité $\eta_{wz} = zw'(z)/w(z)$?
(g) Supposez dorénavant que $z = 1$. Supposez aussi que les firmes paient une taxe sur les salaires (donc, quand un travailleur reçoit w, la firme doit payer $(1+\tau)w$). Comment cela affecte-t-il le salaire réel? Donnez de l'intuition.
(h) Supposez dorénavant que $\tau = 0$. Calculez le profit agrégé par entrant. Donnez une intuition pour ce résultat. Quelle est la production agrégée par entrant?
(i) Les ménages ont une utilité $u(c, N) = \ln c - AN$, où N représente le travail, et $A > 0$. Trouvez la consommation du ménage.
(j) Soit M le nombre d'entrants. Trouvez le nombre d'entrants. Calculez dM/dc_e. En quoi cela est-il relié à l'inefficience compétitive dont nous avons parlé en classe?

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(a) Supposez que les conditions soient remplies pour l'équivalence entre allocation d'équilibre et allocation optimale. Malgré tout, quelles sont les différences fondamentales entre la *résolution* d'un problème d'équilibre et celle d'un problème optimal?
(b) Dans l'environnement du problème de Ramsey, pourquoi est-ce que le problème de la firme est toujours statique? Dans le cadre du "problème d'industrie", est-ce que le problème de la firme est statique quand il y a des coûts de licenciement comme ceux vus en classe? Pourquoi? Qu'en serait-il, si au lieu d'avoir des coûts de licenciement quand on réduit la taille de la firme, on avait des coûts d'embauche (proportionnels au nombre de nouveaux employés)? Qu'en serait-il si ces coûts étaient fixes?

(c) Prenez un environnement caractérisé par une croissance exogène. Pourquoi faut-il toujours commencer par stationnariser un problème avant d'utiliser la programmation dynamique? Est-ce vrai si on utilise l'approche Lagrangienne?
(d) Soit un problème économique donné. Quel opérateur T a pour point fixe la fonction de valeur associée à ce problème? En d'autres termes, écrivez l'équation définissant cet opérateur
(e) Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique? Quelle est la connexion avec la méthode d'itération sur la fonction de valeur (IFV).
(f) La méthode IFV est-elle de nature locale ou globale? Pourquoi? Quel est son défaut principal?
(g) Soit un environnement avec des taxes distortionnaires sur le capital et le travail. Que veut dire le terme distortionnaire? Est-ce qu'une distortion peut en "compenser" une autre pour ramerner coïncidence entre l'allocation déquilibre et celle optimale?