ECO 9015 **Automne 2015**

Examen final

Question 1:

Soit une économie où les ménages sont caractérisés par une fonction d'utilité $u(c_t, l_t) = \ln c_t + \mu_t \ln l_t$, où c_t représente la consommation, l_t représente le loisir et μ_t est un paramètre stochastique suivant un processus donné par $\ln \mu_t = \rho \ln \mu_{t-1} + \varepsilon_t$. Ainsi, les ménages sont sujets à des chocs de préférence sur le loisir. La technologie est donnée par une fonction $y_t = f(h_t, k_t) = h_t^\alpha k_t^{1-\alpha}$, où h_t représente les heures de travail et k_t représente le capital utilisé en production. Chaque ménage est doté d'une unité de temps, et donc $h_t + l_t = 1$. Le capital se déprécie entièrement chaque période.

(1) On s'intéresse au problème optimal. Y a-t-il équivalence entre problème optimal et problème d'équilibre. Pourquoi?
(2) Quelles sont les variables d'état et de controle du problème optimal? Posez l'équation de Bellman de ce problème.
(3) Obtenez l'ensemble des conditions pour résoudre le problème, incluant les conditions de premier ordre, la contrainte de ressource agrégée, la contrainte sur le temps disponible au ménage et le processus stochastique.
(4) Log-linéarisez ce système. *On ne vous demande pas de résoudre pour les valeurs stationnaires des variables.*
(5) On suppose dorénavant que l'économie n'a pas de capital (donc $y_t = f(h_t) = h_t^\alpha$). Le reste de l'environnement reste identique. Obtenez les conditions (CPO + contraintes + processus stochastique) qui définissent la solution au problème optimal.
(6) Log-linéarisez ce système *(cette fois-ci, on vous demande de trouver les valeurs stationnaires de toutes les variables).*
(7) A quoi est égale l'élasticité consommation-heures (suite à un choc de préférence)?

Question 2:

Soit un environnement (dénoté $\mathcal{E}$) où les ménages sont caractérisés par une utilité $u(c_t + g_t, l_t)$, où c_t représente la consommation d'un bien privé produit par les firmes, g_t sont les dépenses du gouvernement et l_t le loisir. La technologie est donnée par la fonction de production $z_t f(h_t, k_t)$, où h_t sont les heures de travail et k_t le capital (ce dernier se déprécie à un taux δ). La productivité est dérivée d'un processus stochastique $\ln z_t = \rho \ln z_{t-1} + \varepsilon_t$. Le gouvernement finance ses dépenses g_t par une taxe forfaitaire T_t. Les dépenses publiques proviennent d'un processus stochastique $\ln g_t = \lambda \ln g_{t-1} + \eta_t$.

(1) Quelles sont les variables d'état et de contrôle du problème optimal?
(2) Écrivez l'équation de Bellman de ce problème. Trouvez les conditions du premier ordre.
(3) Nous passons au problème d'équilibre. Écrivez et résolvez le problème de la firme représentative. *Utilisez la notation habituelle pour le prix des facteurs.*

(4) Écrivez l'équation de Bellman associée au problème d'équilibre. Trouvez en les conditions du premier ordre.
(5) Reportez l'ensemble des conditions d'équilibre. Vérifiez l'équivalence des deux problèmes au niveau des allocations.
(6) Considérez l'environnement $\mathcal{E}_0$, similaire en tout point à $\mathcal{E}$ sauf qu'il n'y a pas de gouvernement, autrement dit $g_t = T_t = 0$ pour tout t. *Cet environnement est l'environnement standard que nous avons utilisé pour illustrer toutes les méthodes de simulation vues pendant le cours.* Comment peut-on se servir de $\mathcal{E}_0$ pour résoudre le problème optimal associé à $\mathcal{E}$? *(On vous demande d'expliquer le plus clairement possible comment passer de la résolution de l'environnement $\mathcal{E}_0$ à celle de l'environnement $\mathcal{E}$, mais on ne vous demande pas de calculer ou dériver quoi que ce soit.)* A posteriori, quelle hypothèse sur l'environnement nous permet d'utiliser ce "truc" technique?

Question 3: *Les réponses courtes et précises sont très largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(a) Expliquez brièvement la méthodologie utilisée pour calibrer le processus stochastique de la technologie dans le modèle RBC.
(b) Décrivez brièvement le principe de la méthode de résolution par perturbation. Dans quels cas est-il bon d'utiliser des développements du second ordre des règles de décision?
(c) Nous nous référons au modèle de réputation de la banque centrale vu en classe. Pourquoi un gouverneur peut-il avoir une incitation à bâtir une réputation? Utilisez cette intuition pour justifier le type de paramètres qui supportent un équilibre réputationnel. Quelle autre solution au problème d'incohérence temporelle (dans ce contexte) avons nous considérée? Expliquez brièvement.
(d) Soit une série temporelle $\{y_t\}_{t=1\ldots\tau}$. Quelle fonction de perte le filtre Hodrick-Prescott minimise-t-il?
(e) Pourquoi l'introduction du travail domestique augmente la variabilité des heures de travail dans un modèle RBC? Répondez en décrivant brièvement les hypothèses importantes (surtout par rapport au modèle "standard") et concluez par une explication intuitive. *Je ne donnerai aucun point pour une dérivation des résultats.*
(f) Quelles conditions sont requises pour pouvoir appliquer la méthode linéaire quadratique? Quelle implication ont ces conditions?
(g) Soit la fonction de production $y = k^\theta h^{1-\theta}$. Comment calibre-t-on le paramètre θ?
(h) Quand dit-on que la propriété d'équivalence à la certitude ("certainty equivalence property") est satisfaite? Donnez un exemple vu où ce principe est satisfait.