ECO 9015 **Automne 2016**

Examen intermédiaire

Question 1:
Considérez l'économie suivante: l'horizon est infini; tous les marchés sont compétitifs; il y a un ménage représentatif et une firme représentative; le ménage a une fonction d'utilité courante donnée par $u(c_t, 1-h_t)$, où c_t représente la consommation et h_t les heures de travail. La firme utilise une technologie $y_t = f(h_t, k_t)K^\gamma$, où y_t représente l'output, k_t le capital. La fonction f a des rendements d'échelle constants. K_t représente le capital agrégé et puisque $\gamma > 0$, l'accumulation du capital amène des externalités positives.
(Il y a dépréciation complète du capital; w_t: salaire réel, r_t: rendement réel du capital; β: taux d'escompte.)

Nous résolvons les problèmes en utilisant la programmation dynamique.
(a) Nous commençons par chercher l'équilibre. Posez et résolvez le problème de la firme.
(b) Quelles sont les variables de contrôle et d'état du ménage? Écrivez l'équation de Bellman qui décrit le problème du ménage.
(c) Trouvez les conditions de premier ordre. Donnez une intuition pour chacune.
(d) Déduisez-en l'ensemble des conditions d'équilibre. Pour cela, supposez que $f(h_t, k_t) = h_t^\alpha k_t^{1-\alpha}$ et $u(c_t, 1-h_t) = \ln c_t + A\ln(1-h_t)$.
(e) Nous continuons en cherchant la solution optimale. Posez et résolvez le problème du planificateur.
(f) Écrivez les conditions que ces deux problèmes doivent satisfaire à l'état stationnaire et comparez. Que concluez-vous?

Question 2:
Considérez l'économie suivante. L'horizon est infini et le temps escompté au taux $\beta \in (0,1)$. Il y a un agent représentatif qui a des préférences données par $u(c_t)$ et la technologie utilisée par la firme représentative est donnée par $y_t = f(h_t, k_t)$. On suppose que le taux de dépréciation $\delta = 1$. Il n'y a que deux partis politiques (dénotés A et B) dans le pays et des élections ont lieu chaque période. Le résultat de ces élections est aléatoire. Plus précisément, si le parti au pouvoir est $i \in \{A, B\}$, alors la probabilité que le parti "i" soit encore au pouvoir l'année prochaine est λ_i (nous ne supposons pas que $\lambda_A = \lambda_B$). La seule différence entre les deux partis est leur niveau de dépenses publiques ($g_A \neq g_B$, valeurs indépendantes de t). Quel que soit le parti, ces dépenses sont financées par des taxes forfaitaires T_t. La valeur k_0 et l'identité du parti en première période sont données.

Nous résolvons le problème en utilisant la programmation dynamique.
(a) Posez et résolvez le problème du planificateur social. Assurez-vous bien d'identifier ses variables d'état, ainsi que ses variables de contrôle. Pour cela, introduisez les notations nécessaires.
(b) Interprétez les conditions de premier ordre.

(c) La résolution de l'équation de Bellman donne deux règles de décision pour la consommation ($\widehat{c}_i(.)$, $i = A, B$) et deux autres pour l'investissement ($\widehat{k}_i(.)$, $i = A, B$), suivant quel parti est au pouvoir. Réécrivez toutes les conditions du problème optimal comme un système que doivent satisfaire ces règles de décision. Faites cela en vous arrangeant pour que le système soit défini à partir des quatre règles de décision et que l'opérateur $E(.)$ disparaisse du système.
(d) Montrez que l'espérance du taux marginal de substitution intertemporelle de la consommation à t ($E[\beta u'/u]$) est inversement relié au rendement du capital à $t+1$.
(e) Nous regardons maintenant le problème d'équilibre. Posez et résolvez le problème du ménage représentatif.
(f) Posez le problème de la firme représentative.
(g) Donnez toutes les conditions d'équilibre.

Question 3:
Nous allons considérer l'environnment "modèle d'industrie" tel que vu en classe. L'économie dure indéfiniment. Il y a un grand nombre de firmes qui produisent toutes le même bien (dont le prix est 1), mais qui diffèrent selon leur productivité. Les firmes sont donc sujettes à des chocs idiosyncratiques sur un support discret $s \in S = \{s_1, ..., s_m\}$. Pour pouvoir être active, une firme doit payer un coût d'entrée c_e (en termes de biens produits) et reçoit alors une productivité initiale tirée d'une distribution $\nu(s)$. Une fois sur le marché, la productivité évolue suivant une chaîne de Markov $\Omega(s'|s)$. Les firmes escomptent le futur au taux $(1/(1+\rho))$ et ont une probabilité λ de disparaître chaque période. La fonction de production est $s_t k_t^{\alpha} n_t^{\beta}$ ($\alpha > 0$, $\beta > 0$ et $\alpha + \beta < 1$). Les marchés sont tous compétitifs et les prix des facteurs sont w_t et r_t.

(a) Écrivez l'équation de Bellman associée au problème de la firme.
(b) Déterminez la demande pour l'emploi et le capital de chaque firme, en fonction de s_t, w_t et r_t.
(c) Déterminez le profit de chaque firme, en fonction de s_t, w_t et r_t.
(d) À quoi est égal le ratio des demandes de capital et de travail?
(e) Expliquez comment, à partir de (c), on peut obtenir la valeur d'entrée, conditionnellement aux prix des deux facteurs. Exprimez la condition de libre entrée.
(f) Montrez comment on peut exprimer la distribution de la taille des firmes à l'état stationnaire à un facteur d'échelle près et conditionnellement aux prix des facteurs. Quel est ce facteur d'échelle?
(g) Montrez comment on peut en déduire la demande agrégée de travail, le profit aggrégé et la production agrégée, tous au facteur d'échelle près et conditionnellement aux prix des facteurs.
(h) En ne vous plaçant pas encore à l'état stationnaire, écrivez et résolvez le problème du ménage représentatif. Son utilité est $u(c, N) = \ln c - AN$. Pour simplifier, supposez que le taux de dépréciation $\delta = 1$.
(i) En vous plaçant maintenant à l'état stationnaire, montrez comment on peut utiliser les étapes ci-dessus pour finir de résoudre pour l'équilibre.
(j) Au fait, pourquoi supposait-on que $\alpha + \beta < 1$?

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(a) Quelles sont les différences fondamentales entre la *résolution* d'un problème d'équilibre et celle d'un problème optimal?

(b) Quelle est la différence fondamentale entre l'approche "Lagrangienne" et l'approche "programmation dynamique"?
(c) Prenez un environnement caractérisé par une croissance exogène. Pourquoi faut-il toujours commencer par stationnariser un problème avant d'utiliser la programmation dynamique? Est-ce vrai si on utilise l'approche Lagrangienne?
(e) Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique? Quelle est la connexion avec la méthode d'itération sur la fonction de valeur (IFV).
(f) La méthode IFV est-elle de nature locale ou globale? Pourquoi? Quel est son défaut principal?
(g) La méthode LQ est-elle de nature locale ou globale? Pourquoi? Quand peut-on l'utiliser et sur quelle approximation repose-t-elle?
(h) Quelle est la raison fondamentale pour laquelle le problème de Ramsey déterministique converge de façon monotonique vers son état stationnaire?
(i) Quelles restrictions les conditions d'Inada imposent-elles sur les dérivées des fonctions d'utilité et de production?