ECO 9015 **Automne 2017**

Examen intermédiaire

Question 1:
Considérez l'économie suivante: l'horizon est infini; tous les marchés sont compétitifs; il y a un ménage représentatif et une firme représentative; le ménage a une fonction d'utilité courante donnée par $u(c_t, 1-h_t)$, où c_t représente la consommation et h_t les heures de travail. La firme utilise une technologie $y_t = f(h_t, k_t)K_t^{\omega}$, où y_t représente l'output, k_t le capital. La fonction f a des rendements d'échelle constants. K_t représente le capital agrégé et le paramètre $\omega > 0$.
Les dépenses publiques sont constantes et égales à g chaque période. Le gouvernement finance ces dépenses par trois types de taxes: forfaitaires T_t, plus des taxes sur les revenus du capital et du travail, aux taux τ_k et τ_h respectivement.
(Il y a dépréciation complète du capital; w_t: salaire réel, r_t: rendement réel du capital; β: taux d'escompte.)

Utilisez la programmation dynamique pour les questions (1)-(2).
(1a) Nous commençons par chercher l'équilibre. Posez et résolvez le problème de la firme.
(1b) Quelles sont les variables de contrôle et d'état du ménage? Écrivez l'équation de Bellman qui décrit le problème du ménage.
(1c) Trouvez les conditions de premier ordre. Donnez une intuition pour chacune.
(2a) Déduisez-en l'*ensemble* des conditions d'équilibre. Pour cela, supposez que $f(h_t, k_t) = h_t^{\alpha} k_t^{1-\alpha}$ et $u(c_t, 1-h_t) = \ln c_t + A\ln(1-h_t)$.
(2b) Nous continuons en cherchant la solution optimale. Posez et résolvez le problème du planificateur.
(2c) Écrivez les conditions que ces deux problèmes doivent satisfaire à l'état stationnaire et comparez. Est-il possible de trouver des taux (τ_k, τ_h) pour que l'équilibre soit optimal en dépit de l'externalité sur la capital?
(3a) Posez et résolvez le problème optimal en utilisant l'approche Lagrangienne. En particulier, quelles sont l'ensemble des conditions de ce problème?

Question 2:
Considérez un monde à trois périodes ($t = 1, 2, 3$). Niki n'a aucune source de revenus, mais commence la première période en gagnant à la lotterie et démarre donc cette période avec une richesse H_1 donnée. Sa richesse à toute date ultérieure t est donnée par $c_t + H_{t+1} = H_t$, où c_t représente la consommation à la date t (et H_{t+1} l'épargne). La fonction d'utilité est $u(c_t) = \ln c_t$ et le temps est escompté au taux $\beta < 1$.

(a) Procédez de façon récursive pour trouver la règle de décision de la consommation c_1 à la date 1, en fonction de la richesse initiale H_1.

(b) Au début de la période 2, Niki est à nouveau chanceuse et gagne encore à la lotterie (*avant de décider de son épargne*). Elle dispose donc d'une richesse[1] $\overline{H}_2$, qu'elle peut répartir entre consommation et épargne pour la période suivante. On suppose que Niki continue de choisir optimalement. De combien son utilité (sur tout l'horizon) a augmenté grâce à ce nouveau gain à la lotterie? Exprimez cet incrément d'utilité à $t = 1$.
(c) On continue de supposer que Niki gagne à la lotterie en période 2, mais cette fois ci, *après avoir pris sa décision d'épargne et qu'elle ne peut plus changer cette décision.* Par la suite, Niki continue de choisir optimalement. Calculez ce qu'elle perd en utilité à horizon infini, en ne pouvant changer sa décision en période 2 suite à son gain de lotterie. Exprimez cette quantité à la date $t = 2$.

Question 3:
Nous étudions un "modèle d'industrie" où l'économie ne dure qu'une période. Il y a un grand nombre de firmes qui produisent toutes le même bien, mais qui diffèrent dans leur productivité. Le prix de ce bien est normalisé à 1. Ainsi, une fois rentrée dans l'industrie, chaque firme est caractérisée par sa propre productivité idiosyncratique s . Il y a deux niveaux de productivité $s_1 = 1$ et $s_2 = 2$. Au moment de rentrer sur le marché et après avoir payé les coûts d'entrée c_e, chaque entrant tire une productivité $s \in \{s_1, s_2\}$ avec probabilité 1/2 pour chaque. Étant donné s_1 ou s_2 et le salaire réel w, chaque firme doit choisir un niveau d'emploi n_1 ou n_2 et produire utilisant une technologie $f(n) = s\sqrt{n}$.
(a) Déterminez la demande pour l'emploi de chaque firme, en fonction de s et w.
(b) Déterminez le profit de chaque firme, en fonction de s et w.
(c) Quelle est la valeur nette d'entrée (après paiement des coûts d'entrée) sur le marché? En déduire le salaire.
(d) Nous dénotons dorénavant les valeurs trouvées sous les hypothèses ci-dessus pour les tailles de firmes par $\widehat{n}_1$, $\widehat{n}_2$, les profits par $\widehat{\pi}_1$, $\widehat{\pi}_2$ et le salaire par $\widehat{w}$. Supposons qu'un règlement contraigne les firmes à rester sous une taille maximale $\overline{n}$, où $\widehat{n}_1 < \overline{n} < \widehat{n}_2$. Que peut-on dire du nouveau salaire par rapport à $\widehat{w}$?
(e) Supposons qu'un règlement contraigne le salaire à rester au-dessus d'une valeur minimum $\underline{w}$. Quel va être l'effet sur la taille des firmes?

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(a) Soit un problème économique donné. Quel opérateur T a pour point fixe la fonction de valeur associée à ce problème? En d'autres termes, écrivez l'équation définissant cet opérateur.
(b) Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique?
(c) Expliquez en quelques lignes la méthode générale d'itération sur la fonction de valeur (IFV). En particulier, *(1)* comment est-elle reliée au théorème de l'application contractante?; *(2)* comment se structure l'algorithme? *[pour cette deuxième partie, on vous demande juste quels sont les principaux blocs de l'algorithme, sans rentrer dans les détails de la programmation.]* Quelles sont les limites de la méthode IFV?
(d) Pourquoi faut-il stationnariser un problème quand on utilise la programmation dynamique? Expliquez *dans les grandes lignes* comment stationnariser.

[1] $\overline{H}_2$ est donc sa richesse *totale* - ce qu'elle avait épargné la période précédente, plus le gain innatendu à la lotterie.

(e) Quelles hypothèses caractérisent un problème LQ et quelles en sont les conséquences? Décrivez les grandes lignes de la méthode de résolution LQ vue en classe. Quelles sont les limites de cette méthode?
(f) Dans l'environnement du problème de Ramsey, pourquoi est-ce que le problème de la firme est toujours statique? Dans le cadre du "problème d'industrie", est-ce que le problème de la firme est statique quand il y a des coûts de licenciement comme ceux vus en classe? Pourquoi? Qu'en serait-il, si au lieu d'avoir des coûts de licenciement quand on réduit la taille de la firme, on avait des coûts d'embauche (proportionnels au nombre de nouveaux employés)? Qu'en serait-il si ces coûts étaient fixes?