ECO 9015 **Automne 2017**

Examen final

Question 1:
L'économie dure deux périodes. La fonction représentant le bien être social est $S(x_1, x_2, \pi_1, \pi_2)$ où (x_1, x_2) sont les décisions (allocations) des agents et (π_1, π_2) les politiques que le gouvernement choisit, aux dates 1 et 2. Les décisions (x_1, x_2) des agents à une période donnée dépendent de leurs décisions *passées*, ainsi que des politiques du gouvernement *à toutes les dates*.
a. "Sous hypothèse de commitment", posez le problème du gouvernement qui choisit (π_1, π_2) afin de maximiser le bien être social. Expliquez.
b. Posez le même problème "sans commitment". Expliquez.
Remarque 1: On ne vous demande que de poser le problème, pas de le solutionner. Par contre, il est important que vous justifiez la façon d'écrire chaque problème.
Remarque 2: Vous pouvez introduire votre propre notation, si nécessaire.
c. Nous restons sous l'hypothèse du "non-commitment". On suppose que le gouvernement doit annoncer en début de première période ses politiques (π_1, π_2). Est-ce que l'introduction d'une pénalité pour ne pas respecter ses engagements (en période 2) change l'allocation trouvée à la question b?

Question 2:
Partie I:
a1. Considérez une économie sans capital. La production y_t n'est fonction que du travail et d'un choc technologique, i.e. $y_t = z_t f(h_t)$. La loi de transition entre z_t et z_{t+1} est connue des agents. Supposez que le ménage a une fonction d'utilité donnée par $u(c_t, 1 - h_t)$ et que le taux d'escompte est $\beta \in (0, 1)$. Posez et résolvez les problèmes de la firme et du ménage représentatif. Qu'est-ce que cela implique pour h_t? En particulier, est-ce qu'un choc z_t affecte l'économie au-delà de la période t? Pourquoi / pourquoi pas?
a2. Considérez maintenant que $u(c_t, 1 - h_t) = \alpha \ln c_t + (1 - \alpha) \ln(1 - h_t)$, $0 < \alpha < 1$. Que peut-on conclure quant à la relation entre z_t et h_t? Expliquez pourquoi vous obtenez ce résultat.

Partie II:
Considérez l'économie suivante: l'horizon est infini; tous les marchés sont compétitifs; il y a un ménage représentatif et une firme représentative; le ménage a une fonction d'utilité courante donnée par $\mu_t \ln c_t + \eta_t \ln(1 - h_t)$, où c_t représente la consommation et h_t les heures de travail; (μ_t, η_t) sont des chocs à l'utilité de la consommation et du loisir, respectivement (les lois de transitions pour ces deux processi stochastiques sont connues des agents); la firme utilise une technologie $y_t = f(h_t, k_t)$, où y_t représente l'output, k_t le capital (la fonction f a des rendements d'échelle constants); il y a dépréciation complète du capital; w_t: salaire réel, r_t: rendement réel du capital; β: taux d'escompte.
Nous nous intéressons aux allocations d'équilibre. Utilisez la programmation dynamique pour trouver l'équilibre.

b1. Pour cette question, supposez μ_t et η_t constants (égaux à μ et η). Expliquez intuitivement *(donc sans rien dériver)* pourquoi une variation proportionnelle de μ et η n'a pas d'effet sur les allocations d'équilibre. En particulier, cela implique que seul le ratio μ/η importe.
b2. On retourne à des valeurs stochastiques pour μ_t et η_t. Posez et résolvez le problème de la firme.
b2. Écrivez l'équation de Bellman qui décrit le problème du ménage.
b3. Trouvez les conditions de premier ordre. Donnez une intuition pour chacune.
b4. Est-il vrai/faux que seul le ratio μ_t/η_t importe pour les décisions prises à la date t?

Partie III:
Considérez un modèle standard avec une différence fondamentale: si k_{t+1} nouvelles unités de capital sont ajoutées à l'économie à la date t, ces unités de capital restent productives (donc ne se déprécient pas) jusqu'à la période $t+2$ où elles se déprécient complètement. Ainsi, la technologie est telle que $c_t+k_{t+1} \leq Af(k_t+k_{t-1})$. Les préférences sont données par $u(c_t)$ et le futur est escompté au taux $\beta \in (0,1)$.
c1. Formulez et résolvez le problème optimal, en utilisant la programmation dynamique. En particulier, soyez clairs sur les variables d'état et de contrôle.
c2. Trouvez l'état stationnaire.
c3. Nous considérons la possibilité de cycles (non-stochastiques), au lieu d'un état stationnaire. Par cela, nous entendons la possibilité que l'économie suive un cycle de période 2, où la séquence de consommation est représentée par la suite $(c^i, c^p, c^i, c^p, ...)$ et celle d'investissement par la suite $(k^i, k^p, k^i, k^p, ...)$, où c^i (k^i) représente la consommation (l'investissement) en périodes impaires et c^p (k^p) représente la consommation (l'investissement) en périodes paires. Quel système d'équations est-ce que (c^i, c^p, k^i, k^p) doivent satisfaire? Trouvez une restriction sur la fonction d'utilité pour empêcher de tels cycles.

Question 3:
On considère une économie comprenant deux biens, le travail et un bien consommé et produit qui est le numéraire. La population active, composée d'individus identiques et neutres au risque, a une mesure constante normalisée à 1. Chaque travailleur offre une unité de travail par unité de temps. Dans cette économie, la mesure d'embauches par unité de temps, notée M, est donnée par la fonction d'appariement suivante

$$M = M(u, v), \quad M_v > 0, \quad M_u > 0, \quad M(u, 0) = M(0, v) = 0,$$

où u et v désignent respectivement la mesure de chômeurs et d'emplois vacants. La fonction est homogène de degré 1. On dénote par $p_w(\theta)$ le taux de sortie du chômage où $\theta = v/u$ désigne la tension du marché du travail. Les emplois vacants coûtent κ unités de bien numéraire par unité de temps et sont remplis au taux $p_f(\theta)$. Les emplois sont détruits avec une probabilité δ par unité de temps. Chaque emploi a une productivité spécifique y, *tirée une fois pour toute* d'une distribution $G(y) : \mathbb{R} \to [0, 1]$, lors de l'appariement initial entre l'employeur et le travailleur.
a. En notant r le taux d'escompte et S^f la valeur pour la firme d'un emploi vacant, écrire l'équation définissant la valeur d'un emploi avec productivité y, dénotée $M^f(y)$. On dénotera $w(y)$ le salaire.
b. Écrire l'équation définissant la valeur d'un emploi vacant.

c. Écrire l'équation définissant la valeur $M^w(y)$ d'un emploi pour un travailleur sur un emploi de productivité y. La valeur du chômage sera dénotée S^w.
d. Supposons qu'un chômeur obtient un gain instantané b par unité de temps. Écrire l'équation définissant la valeur du chômage pour un travailleur.
e. On suppose que le salaire est négocié de telle sorte que chaque travailleur obtienne une part γ du surplus de son emploi. Définir le surplus $S(y)$ d'un emploi de productivité y en fonction de y, r, S^w, S^f et δ.
f. Déduire de la question 5 l'existence d'une valeur de la productivité de réservation en deçà de laquelle les emplois ne sont pas pourvus. On note y_r cette productivité de réservation. Donner son expression.
g. En déduire une expression du surplus $S(y)$ en fonction de y, y_r, r et δ.
h. On suppose qu'il y a libre entrée sur le marché. Déduire de la condition de libre entrée et des équations obtenues précédemment une relation entre y_r et θ. Interprétez.
i. Exprimer rS^w en fonction de b, γ, θ et κ.
j. Déduire de (i) et de la définition de la productivité de réservation une relation entre y_r et θ. Interprétez.
k. À partir du système d'équations définissant les valeurs d'équilibre de y_r et de θ, donner une représentation graphique de l'équilibre. Montrez qu'il est unique.
l. Étudiez l'impact d'un accroissement de b sur la productivité moyenne des emplois. Commentez.
m. Étudiez l'impact d'un accroissement de b sur le chômage. Commentez.

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(a) Quel doit être le taux optimal de taxation du capital quand un gouvernement doit financer des dépenses gouvernementales constantes, et n'a accès qu'à des taxes distortionnaires? Donnez une intuition
(b) Quand dit-on que la propriété d'équivalence à la certitude ("certainty equivalence property") est satisfaite? Donnez un exemple vu où ce principe est satisfait.
(c) Pourquoi l'introduction de chocs gouvernementaux dans le modèle RBC de base contribue-t-elle à réduire la corrélation entre heures de travail et productivité?
(d) Décrivez brièvement le principe de la méthode de résolution par perturbation. Dans quels cas est-il bon d'utiliser des développements du second ordre des règles de décision?
(e) Nous nous référons au modèle de réputation de la banque centrale vu en classe. Quel intérêt a le gouverneur de la banque centrale à bâtir une réputation? Donnez de l'intuition.
(f) Nous faisons référence au modèle cyclique d'appariement vu en classe. Nous rappelons la loi de transition pour l'emploi n_t,

$$n_{t+1} = (1-\lambda)n_t + m(1-n_t, v_t),$$

où λ représente la probabilité de séparation chaque période et $m(u,v)$ est la fonction d'appariement dont les arguments sont *(i)* le nombre de chômeurs $u_t = 1-n_t$ et *(ii)* les vacances v_t. Nous prenons $m(u,v)=\sqrt{uv}$ et définissons la tension de marché $\theta_t = v_t/u_t$. Log-linéarisez cette loi de transition afin d'obtenir une relation entre $\widehat{n}_t$, $\widehat{n}_{t+1}$, $\widehat{v}_t$ et $\widehat{\theta}_t$ (où seul le paramètre λ apparaît). *Comme d'habitude, $\widehat{x}_t$ est défini comme la déviation (en log) par rapport à la valeur stationnaire x^* de la variable x_t.*