Solutionnaire examen Final.

ECO 9015 — Automne 2017

Question I

a) Sous commitment, nous considérons le problème dit "optimal".

Dans ce cas, $\begin{cases} x_1 = X_1(\pi_1, \pi_2) \\ x_2 = X_2(x_1, \pi_1, \pi_2) \end{cases}$

- On permet que x_1 <u>et</u> x_2 dépendent de π_1 <u>et</u> π_2
- π_1 et π_2 sont choisis au début.

$$\boxed{\max_{\pi_1, \pi_2} S(x_1, x_2, \pi_1, \pi_2) \quad \text{t.q.} \quad \begin{matrix} x_1 = X_1(\pi_1, \pi_2) \\ x_2 = X_2(x_1, \pi_1, \pi_2) \end{matrix}}$$

b) Sans commitment, il faut résoudre le problème période par période, en prenant les décisions déjà prises comme données.

→ En particulier, cela veut dire que x_1 ne peut dépendre de π_2. Il n'y a pas de raison de dévier.

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

Période 2 :

$$\boxed{\begin{aligned} &\max_{\pi_2} \quad S(x_1, x_2, \pi_1, \pi_2) \\ &\text{t.q.} \quad x_1 = \bar{x}_1 \\ &\qquad\quad x_2 = X_2(\bar{x}_1, \bar{\pi}_1, \pi_2) \end{aligned}}$$

Période 1 : même problème que pour la version optimale.

e) Non, car le problème sous (b) est formulé de façon à ce qu'une fois à la période 2, le gvt ne veut pas dévier, même sous pénalité.

Question II :

A1) Problème de la firme : $\max_{h_t} \; z_t f(h_t) - w_t h_t$

CPO $[h_t]$: $z_t f'(h_t) = w_t$

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

Problème du ménage :

$$V(z_t) = \max_{h_t} \left\{ u(c_t, 1-h_t) + \beta \mathbb{E}_{z_t} V(z_{t+1}) \right\}$$

$$\text{t.q.} \quad c_t = w_t h_t + \Pi_t \quad (*)$$

(*) Suivant l'hypothèse sur $f(h_t)$, Π_t peut être $=0$ ou >0 ...

$[h_t]$ $\quad w_t u_1(c_t, 1-h_t) = u_2(c_t, 1-h_t)$

Equilibre : $\begin{cases} z_t f'(h_t)\, u_1(c_t, 1-h_t) = u_2(c_t, 1-h_t) \\ \text{Que } \Pi = 0 \text{ ou } \Pi > 0 \longrightarrow c_t = z_t f(h_t) \end{cases}$

On voit que le problème est effectivement statique.

→ Sans capital, le problème de départ est statique, même si le futur est affecté par z_{t+1}...

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

A2) Reprenons les CPOs.

$$[h_t] \quad \alpha \frac{w_t}{c_t} = (1-\alpha)\frac{1}{1-h_t}$$

$$\rightarrow \frac{\alpha\, z_t f'(h_t)}{z_t f(h_t)} = \frac{1-\alpha}{1-h_t} = \alpha \frac{f'(h_t)}{f(h_t)}$$

$\rightarrow$ h_t indépendant de z_t.

Résultat connu (et vu en appendice des notes) :
Pour une utilité CRRA, effets de revenus et de substitution s'annulent...

—//—

B1) Tant que le ratio p/q est constant, les poids relatifs sur c et $1-h$ sont les mêmes.

Augmenter p et q proportionnellement ne fait qu'augmenter la fonction objectif, sans changer les choix.

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

B5) Faux.

* Seulement p_t/η_t intervient dans la première CPO.

* Ce n'est pas le cas dans la deuxième CPO.

→ le ratio p_t/p_{t+1} apparaît

→ η_t affecte η_{t+1} → affect η_{t+1}.

—//—

C1) Etats : k_t, k_{t-1}

Contrôle : k_{t+1}

$$\rightarrow V(k_{t-1}, k_t) = \max_{k_{t+1}} \{ u(c_t) + \beta V(k_t, k_{t+1}) \}$$

$$\text{t.q. } c_t + k_{t+1} = A f(k_t + k_{t-1}$$

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow 1 = \beta(1+\beta) A f'(2k^*) \\ \text{ET} \\ c^* + k^* = A f(2k^*) \end{array}\right\}$$

c3) Un tel cycle requièrerait que :

$$\begin{cases} u'(c_i) = \beta\left[u'(c_p) A f'(k_i+k_p) + \beta u'(c_i) A f'(k_i+k_p)\right] & (*) \\ u'(c_p) = \beta\left[u'(c_i) A f'(k_i+k_p) + \beta u'(c_p) A f'(k_i+k_p)\right] & (\Delta) \\ c_i + k_p = z f(k_i+k_p) \\ c_p + k_i = z f(k_i+k_p) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2 \text{ CPOs} \\ 2 \text{ contraintes ressources} \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow u'(c_i)\left[1-\beta^2 A f'(k_i+k_p)\right] = \beta u'(c_p) A f'(k_i+k_p)$$

$$(\Delta) \Rightarrow u'(c_p)\left[1-\beta^2 A f'(k_i+k_p)\right] = \beta u'(c_i) A f'(k_i+k_p)$$

$$\Rightarrow \frac{u'(c_i)}{u'(c_p)} = \frac{u'(c_p)}{u'(c_i)} \Rightarrow u'(c_i)^2 = u'(c_p)^2$$

$\Rightarrow$ pas de cycle, si u strictement monotone et concave.

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

Question III

a) $$\Pi_\delta(y) = \frac{1}{1+r}\left[y - w(y) + \delta S^\delta + (1-\delta) \max\{S^\delta, \Pi^\delta(y)\} \right]$$

Si vous avez accepté de vous apparier conditionnellement à y, la période suivante vous ferez le même choix.

$$\longrightarrow \max\{S^\delta, \Pi^\delta(y)\} = \Pi^\delta(y)$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow r\,\Pi^\delta(y) = y - w(y) + \delta\left[S^\delta - \Pi^\delta(y)\right]$$

b) $$S^\delta = \frac{1}{1+r}\left[-K + p_\delta(\theta)\, E_{\tilde{y}} \max\{S^\delta, \Pi^\delta(\tilde{y})\} + (1-p_\delta(\theta))\, S^\delta \right]$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow r\,S^\delta = -K + p_\delta(\theta)\left[\int \max\{S^\delta, \Pi^\delta(\tilde{y})\}\, dG(\tilde{y}) - S^\delta \right]$$

$$\Rightarrow r\,S^\delta = -K + p_\delta(\theta) \int \max\{\Pi^\delta(\tilde{y}) - S^\delta, 0\}\, dG(\tilde{y})$$

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

c) $\Pi^w(y) = \frac{1}{1+r}\left[w(y) + \delta S^w + (1-\delta)\underbrace{\max\{\Pi^w(y), S^w\}}_{=\Pi^w(y)}\right]$

$\Rightarrow \ldots \Rightarrow r\Pi^w(y) = w(y) + \delta\left[S^w - \Pi^w(y)\right]$

d) $S^w = \frac{1}{1+r}\left\{b + p_w(\theta)\,E_{\tilde{y}}\max\{S^w, \Pi^w(\tilde{y})\} + (1-p_w(\theta))S^w\right\}$

$\Rightarrow \ldots \Rightarrow rS^w = b + p_w(\theta)\int \max\{\Pi^w(\tilde{y}) - S^w, 0\}\, dG(\tilde{y})$

e) Comme $\Pi^w(y) - S^w = \gamma S(y)$, alors $(1-\gamma)\left[\Pi^w(y) - S^w\right]$

$= \gamma\left[\Pi^f(y) - S^f\right]$.

En multipliant cette équation par $(r+\delta)$ et en utilisant les expressions trouvées en (a) et (c), on trouve : $(1-\gamma)\left(w(y) - rS^w\right) = \gamma\left(y - w(y) - rS^f\right)$

et donc $w(y) = rS^w + \gamma\left(y - rS^w - rS^f\right)$.

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

Comme $M^w(y) - S^w = \dfrac{w(y) - rS^w}{r+\delta}$,

alors $S(y) = \dfrac{y - rS^w - rS^f}{r+\delta}$

f) Le match est accepté par les deux parties si et seulement si $S(y) > 0$, ou

$$y > r(S^w + S^f) = y_r.$$

g) y_r satisfait $S(y_r) = 0 \Rightarrow S(y) - S(y_r) = S(y)$

$$\Rightarrow S(y) = \frac{y - y_r}{r+\delta}.$$

h) Libre entrée $\Rightarrow S^f = 0$

A partir du résultat en (b),

$$-\kappa + p_f(\theta)(1-\gamma)\int \max\{S(\tilde{y}), 0\}\, dG(\tilde{y}) = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\kappa}{p_f(\theta)}}_{\text{Coût espéré}} = \underbrace{(1-\gamma)\int_{\tilde{y} \geq y_r} \frac{\tilde{y} - y_r}{r+\delta}\, dG(\tilde{y})}_{\text{rendement espéré vacance}}.$$

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

i) On sait que : $r S^w = b + p_w(\theta)\,\gamma \int_{\tilde{y} \geq y_r} S(\tilde{y})\, dG(\tilde{y})$

A partir de (h), $r S^w = b + p_w(\theta)\,\gamma \left[\frac{1}{1-\gamma} \frac{\kappa}{p_g(\theta)} \right]$

$$\Rightarrow r S^w = b + \frac{\gamma}{1-\gamma} \kappa \theta .$$

(Appariement aléatoire $\rightarrow \frac{p_w(\theta)}{p_g(\theta)} = \theta$).

j) Comme $y_r = r(S^w + S^g)$ et $S^g = 0$,

on en déduit que $y_r = b + \frac{\gamma}{1-\gamma} \kappa \theta$.

k) Équilibre : paire (y_r, θ) satisfaisant :

$\frac{\kappa}{p_g(\theta)} = (1-\gamma) \int_{\tilde{y} \geq y_r} \frac{\tilde{y} - y_r}{r + \sigma}\, dG(\tilde{y})$ relation décroissante entre (y_r, θ)

ET $y_r = b + \frac{\gamma}{1-\gamma} \kappa \theta$ relation croissante

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

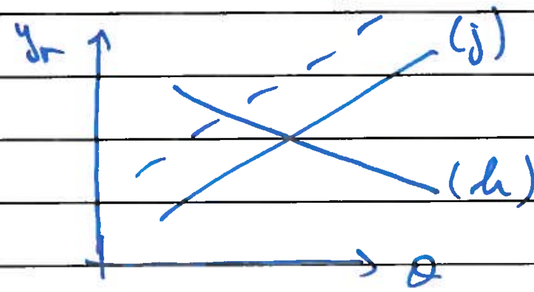
Colonne réservée à la correction

Solution unique si :

$$y_r^{(\text{question } j)}(\theta=0) < y_r^{(\text{question } h)}(\theta=0)$$

$$\Rightarrow b < y_{max}.$$

l) b n'affecte que la relation déterminée
m) à la question f.



$y^r \uparrow$

$\theta \downarrow$

$\Rightarrow$ Productivité moyenne augmente.

(Bien qu'il y ait moins de matches)

$\Rightarrow$ Comme $\theta \downarrow$, chômage augmente.

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

Question IV

(a) – (e) Voir cours

(f) Nous avons que $\begin{cases} m_{t+1} = (1-\lambda) m_t + m(u_t, v_t) \\ m(u_t, v_t) = p_f(\theta_t) v_t = \sqrt{u_t v_t} \end{cases}$

$$\Rightarrow p_f(\theta_t) = \sqrt{\frac{u_t}{v_t}} = \theta_t^{-1/2}$$

- Donc, $m_{t+1} = (1-\lambda) m_t + \theta_t^{-1/2} v_t$

- Introduisons, $\hat{x}_t = \ln \frac{x_t}{x^*} \iff x_t = x^* e^{\hat{x}_t}$.

$$\Rightarrow m^* e^{\hat{m}_{t+1}} = (1-\lambda) m^* e^{\hat{m}_t} + \left(\theta^* e^{\hat{\theta}_t}\right)^{-1/2} v^* e^{\hat{v}_t}$$

$$\Rightarrow m^* e^{\hat{m}_{t+1}} = (1-\lambda) m^* e^{\hat{m}_t} + (\theta^*)^{-1/2} v^* e^{\hat{v}_t - \frac{\hat{\theta}_t}{2}}$$

- Approximons $e^x = 1 + x$.

$$\Rightarrow m^* \left(1 + \hat{m}_{t+1}\right) = (1-\lambda) m^* \left(1 + \hat{m}_t\right) + (\theta^*)^{-1/2} v^* \left(1 + \hat{v}_t - \frac{\hat{\theta}_t}{2}\right)$$

Utiliser cette page pour les solutions, les développements et les réponses.

Colonne réservée à la correction

- A l'état stationnaire, $u^* = (1-\lambda)u^* + (\theta^*)^{-1/2} v^*$.

$$\Rightarrow u^* \hat{u}_{t+1} = (1-\lambda) u^* \hat{u}_t + (\theta^*)^{-1/2} v^* \left(\hat{v}_t - \frac{\hat{\theta}_t}{2}\right)$$

Comme $\lambda u^* = (\theta^*)^{-1/2} v^*$,

$$\Rightarrow \hat{u}_{t+1} = (1-\lambda)\hat{u}_t + \lambda\left(\hat{v}_t - \frac{\hat{\theta}_t}{2}\right)$$