Examen intermédiaire

Question 1:

Soit un modèle d'industrie avec séparations exogènes. Le bien final est produit par des firmes hétérogènes caractérisées à la date t par leur productivité idiosyncratique $s_t \in \{s_1, ..., s_N\}$. Ce bien est vendu à un prix normalisé à 1. Les firmes produisent selon une technologie $sf(n_1, n_2) = s(n_1^{\alpha} n_2^{1-\alpha})^{\theta}$ où $(\alpha, \theta) \in (0, 1)^2$. Les quantités n_1 et n_2 représentent la demande de travail pour le travail qualifié (n_1) et pour le travail non-qualifié (n_2). Un travailleur de type j reçoit une salaire compétitif w_j. A chaque date, les firmes reçoivent une nouvelle productivité idiosyncratique et ajustent leur emploi. La transition de s_t à s_{t+1} est donnée par le processus de Markov $Q(s_{t+1}|s_t)$, caractérisée par la matrice Q. En plus de ces transitions, les firmes sont également sujettes à un choc absorbant avec probabilité λ qui les forcent à sortir du marché. En conséquence, chaque période, une masse M de firmes *entrantes* arrivent sur le marché. Ces firmes paient un coût d'entrée c_e et reçoivent leur productivité initiale la période suivante. Celle-ci est tirée d'une distribution $\nu(s)$. Le taux d'escompte est $1/(1 + \rho)$.

I. Écrivez la fonction de valeur d'une firme en place. Quelles sont les variables d'état et de contrôle?

II. A partir de l'équation de Bellman, trouvez les demandes de travail $n_1^d(s)$ et $n_2^d(s)$, ainsi que le profit $\pi(s)$ d'une firme de productivité s, en fonction des salaires (w_1, w_2). Pour simplifier, $\alpha = \theta = 1/2$.

III. Obtenez le système d'équations linéaires que doit satisfaire l'ensemble des $\{V(s_i)\}$.

IV. Nous voulons écrire le système ci-dessus sous forme matricielle. Dénotez $V(s_i) = V_i$ et $\pi(s_i) = \pi_i$ pour tout i. Ainsi, le système peut s'écrire comme $\Omega V = b$, où V est le vecteur des inconnues $[V_1 \ \cdots V_N\}^T$ et Ω et b sont à déterminer. Quelles sont les dimensions respectives de Ω et de b? Trouvez Ω et b.

V. Trouvez la valeur d'entrée sur le marché en fonction des $\{V_i\}$. Exprimez la condition de libre entrée. Est-ce que cela nous permet d'obtenir les deux salaires, de la même manière qu'elle nous avait permis d'obtenir w dans le cas du travail homogène? Qu'est-ce que la condition de libre entrée nous permet d'obtenir?

VI. Montrez qu'on peut exprimer la demande $n_1^d(s)$ uniquement en fonction de w_1 et d'une autre variable endogène (laquelle?) et qu'il en est de même pour $n_2^d(s)$ (avec w_2).

VII. Il y a une distribution de firmes $\mu(n_1, n_2)$ qui détermine le nombre de firmes avec n_1 employés de type 1 et n_2 employés de type 2. Vérifiez que $\mu(n_1, n_2) = 0$, sauf pour N paires (n_1, n_2). Dénotons par $(\mu_1, ..., \mu_N)$ les valeurs de μ correspondantes. Utilisez la condition d'état stationnaire pour obtenir un système linéaire pour $(\mu_1, ..., \mu_N)$.

VIII. Soit N_j^d la demande agrégée pour les travailleurs de type j, Π le profit agrégé (redistribué de façon forfaitaire aux ménages) et X l'offre agrégée. Montrez, en vous servant de ce qui précède, que l'on peut déterminer les profits agrégés par entrant, ainsi que l'offre agrégée par entrant. Par contre, montez qu'on ne peut encore déterminer les demandes de travail agrégées par entrant. À ce point, de quoi dépendent les deux demandes de travail par entrant?

IX. Il y a deux types de ménages: ceux qui fournissent du travail qualifié (en nombre H_1) et ceux qui fournissent du travail non-qualifié (H_2). La fonction d'utilité d'un ménage de type j est $\ln x_j - AN_j$. Écrivez et résolvez le problème d'un ménage de type j.

X. Combien de variables endogènes vous reste-t-il à déterminer pour boucler le modèle? Exprimez les conditions d'équilibre des marchés nécessaires pour les obtenir. Vérifiez que cela suffit pour boucler la résolution de l'équilibre stationnaire. *On ne vous demande pas de résoudre, juste de donner le système à résoudre.*

Question 2:

Soit un planificateur social qui doit maximiser l'utitilité à horizon infini d'un agent dont les préférences sont données par une fonction d'utilité temporelle $u(c_t) = \ln c_t$ (où c_t représente la consommation) et par un paramètre d'escompte $0 < \beta < 1$. Chaque période, l'agent commence avec des "réserves" k_t provenant de la période précédente, à partir desquelles il doit consommer c_t et constituer des réserves pour la période suivante, k_{t+1}. Cependant, ces réserves sont sujettes au début de chaque période à un choc $\mu_t \in (0, 1]$ (connu au début de la période t), de telle sorte que la contrainte de ressource de l'agent est

$$c_t + k_{t+1} = \mu_t k_t, \quad \forall t.$$

Le processus générant la séquence de ces chocs est connu - supposé le plus général possible pour l'instant.

(1) Écrivez l'équation de Bellman de l'agent. Précisez les variables d'état et de contrôle.

(2) Résolvez le problème pour en touver la condition de premier ordre.

(3) Comparez la condition d'efficience intertemporelle ainsi obtenue à celle dérivée du problème de Ramsey classique et donnez-en une intuition.

(4) Supposez désormais que μ_t est déterministique ($\mu_t = \mu \leq 1$) pour tout t. Réécrivez le problème et résolvez. Que devient la condition de premier ordre?

(5) Conjecturez que la consommation c_t est, chaque période, une proportion constante γ_c des réserves k_t. Quelle est cette proportion? Faut-il imposer une condition pour que le problème ait une solution? Donnez une intuition pour cette condition.

(6) Comment est-ce que γ_c dépend de μ? Expliquez intuitivement.

(7) Supposez que $\mu_t = 1$ pour tout t, et supposez désormais que les préférences sont sujettes à des chocs ε_t de telle sorte que l'utilité temporelle est $\varepsilon_t u(c_t)$. Le choc est realisé au début de chaque période avant que l'agent fasse son choix. Le choc peut prendre deux valeurs $\{\varepsilon_l, \varepsilon_h\}$ et suit un processus de Markov de premier ordre défini par une matrice (2×2) de transition Π.

(7.1) Quelles sont les variables d'état et de contrôle?

(7.2) Écrivez l'équation de Bellman du problème et trouvez sa condition d'Euler.

Question 3:

À partir du modèle de Ramsey *déterministique* vu en cours, montrez que, lorsque des dépenses gouvernementales g (constantes) doivent être financées à l'aide de taxes forfaitaires T_t et de taxes distortionnaires sur le travail et le capital (aux taux constants τ_h et τ_k, respectivement), alors l'équilibre ne peut être efficace que si $\tau_h = \tau_k = 0$.

L'énoncé vous fournit peu d'instructions. Vous pouvez utiliser les notations habituelles. Cependant, ne faites pas d'hypothèse particulière sur les préférences ou la technologie, mais au contraire gardez la notation générale $u(c, 1-h)$ et $f(h, k)$.[1]
Votre réponse doit contenir: *(i)* la définition d'un équilibre, *(ii)* la caractérisation (i.e. résolution) d'un équilibre, *(iii)* la définition de l'allocation optimale, *(iv)* la caractérisation de l'allocation optimale et *(v)* la comparaison des allocations résultantes.

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*
(A) En rapport avec le papier d'Hansen et Wright vu en cours sur le marché de l'emploi dans un modèle RBC, quels sont les deux défauts soulignés? Donnez les quatre remèdes proposés, avec chaque fois, une intuition brève justifiant comment l'adjustement en question pourrait améliorer les performances du modèle de base.
(B) Quelles restrictions les conditions d'Inada imposent-elles sur les dérivées des fonctions d'utilité et de production? En quoi sont-elles utiles pour un macroéconomiste?
(C) Considérez un environnement avec externalités sur un des intrants dans la fonction de production. Soulignez les différences principales dans la façon de résoudre les problèmes d'équilibre et optimal.
(D) Soit un problème économique donné. Quel opérateur T a pour point fixe la fonction de valeur associée à ce problème? En d'autres termes, écrivez l'équation définissant cet opérateur *[vous pouvez soit utiliser l'exemple générique utilisé en cours, soit vous baser sur le problème de croissance optimale de Ramsey.]*
(E) Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique?
(F) Expliquez en quelques lignes la méthode générale d'itération sur la fonction de valeur (IFV). En particulier, *(1)* comment est-elle reliée au théorème de l'application contractante?; *(2)* comment se structure l'algorithme? *[pour cette deuxième partie, on vous demande juste quels sont les principaux blocs de l'algorithme, sans rentrer dans les détails de la programmation.]*
(G) Donnez un exemple de méthode de simulation globale et un exemple de méthode de simulation locale. Expliquez pourquoi elles sont locales ou globales.

[1] En particulier, répondez à la question comme si vous ne saviez pas si la technologie est caractérisée par des rendements d'échelle constants ou par des rendements d'échelle décroissants.