Question 1:

1.1. La fonction de valeur de la recherche (du travailleur) est dérivée à partir de

$$\begin{aligned} &S^w = \tfrac{1}{1+r}\left\{b + p_w(\theta)M^w + (1-p_w(\theta))S^w\right\}, \\ &\implies rS^w = b + p_w(\theta)(M^w - S^w). \end{aligned} \tag{1}$$

[Le flux de valeur est égal au revenu par période augmenté d'une valeur d'option (probabilité de changer d'état fois le gain correspondant).]

La fonction de valeur d'appariement (du travailleur) est dérivée à partir de

$$\begin{aligned} &M^w = \tfrac{1}{1+r}\left\{w + sS^w + (1-s)M^w\right\}, \\ &\implies rM^w = w + s(S^w - M^w). \end{aligned} \tag{2}$$

[Le flux de valeur est égal au salaire par période augmenté d'une valeur d'option (probabilité de changer d'état fois le gain correspondant).]

La fonction de valeur de la recherche (de la firme) est dérivée à partir de

$$\begin{aligned} &S^f = \tfrac{1}{1+r}\left\{-c_v + p_f(\theta)M^f + (1-p_f(\theta))S^f\right\}, \\ &\implies rS^f = -c_v + p_f(\theta)(M^f - S^f). \end{aligned} \tag{3}$$

La fonction de valeur d'appariement (de la firme) est dérivée à partir de

$$\begin{aligned} &M^f = \tfrac{1}{1+r}\left\{y - w + sS^f + (1-s)M^f\right\}, \\ &\implies rM^f = y - w + s(S^f - M^f). \end{aligned} \tag{4}$$

1.2. La libre entrée représente la décision optimale de rentrer dans l'industrie. Elle est basée sur le choix entre rester inactif (valeur nulle) et payer les coûts d'entrée c_e et se mettre à chercher. Donc, elle est donnée par

$$-c_e + S^f = 0. \tag{5}$$

1.3. Les équations (2) et (4) impliquent que $(r+s)(M^w - S^w) = w - rS^w$ et $(r+s)(M^f - S^f) = y - w - rS^f$. La solution symétrique de Nash amème au partage égal du surplus ($M^w - S^w = M^f - S^f$) et donc

$$w = rS^w + \frac{1}{2}(y - rS^w - rS^f).$$

1.4 Grâce à la condition de libre entrée, on peut réécrire le salaire comme

$$w = r\overline{S^w} + \frac{1}{2}(y - r\overline{S^w} - rc_e),$$

où la valeur de la recherche du travailleur est fixe quand θ est fixe. On peut vérifier que quand $c_e \uparrow$, le salaire diminue. Le salaire négocié diminue car le point de menace de la firme est plus élevé.

1.5.a. La condition de libre entrée nous dit que $S^f = c_e$. La valeur d'appariement pour la firme peut être exprimée comme $M^f = \frac{y-w+sc_e}{r+s}$ suivant (4) et comme $M^f = \frac{rc_e+c_v}{p_f(\theta)} + c_e$ suivant (3). Ainsi,

$$\frac{y - w - rc_e}{r+s} = \frac{rc_e + c_v}{p_f(\theta)}. \tag{LE}$$

Comme $dp_f/d\theta < 0$, (LE) est une relation négative entre θ et w.
1.5.b. Nous avons exprimé $w = \frac{1}{2}(y + rS^w - rS^f)$. Les valeurs S^w et S^f sont données par (1) et (3); de plus utilisant la solution de Nash et le fait que l'appariement soit aléatoire (et donc $p_w(\theta)/p_f(\theta) = \theta$), nous obtenons

$$w = \frac{1}{2}\left[y + b - rc_e + \theta(rc_e + c_v)\right]. \qquad (Nash)$$

Il est immédiat que $(Nash)$ est une relation positive entre θ et w.
1.5.c. Nous avons un équilibre unique si et seulement si la valeur de w donnée par (LE) à $\theta = 0$ est plus grande que celle donnée par $(Nash)$. Donc la condition nécessaire et suffisante est que $y - rc_e > \frac{1}{2}[y + b - rc_e]$, c'est à dire

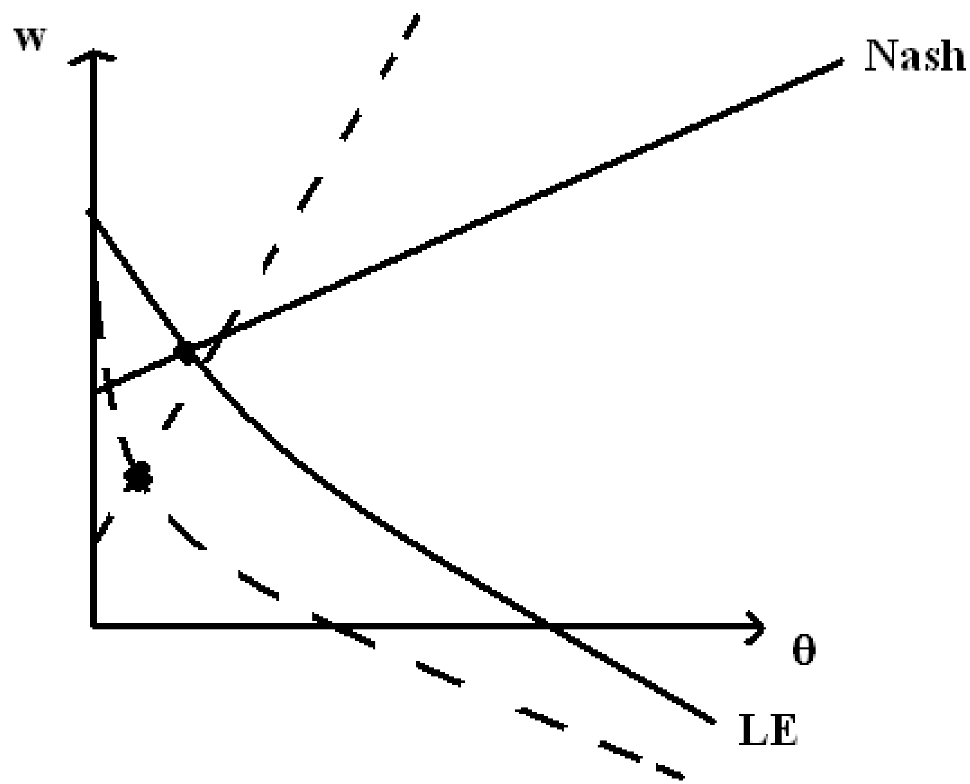
$$y - b > rc_e.$$

(Remarquez que la présence de coûts d'entrée réduit la région des paramètres consistente avec un équilibre.)
1.5.d. Voir en dernière page.
1.6. Il est possible de combimer (LE) et $(Nash)$ pour trouver une unique condition pour θ^{eq},

$$y - rc_e - \frac{r+s}{p_f(\theta)}(rc_e + c_v) = \frac{1}{2}\left[y + b - rc_e + \theta(rc_e + c_v)\right].$$

De là, on peut calculer la dérivée de θ^{eq} par rapport à c_e et vérifier que $\frac{d\theta^{eq}}{dc_e} < 0$.[1] L'effet d'équilibre partiel est de réduire le salaire. Si l'effet d'équilibre général est de réduire θ^{eq}, alors en combiné le salaire baisse. Les travailleurs (chômeurs ou employés) ne bénéficient pas.
De la compétition monopolistique amènerait un effet de prix relatif qui n'est pas actuellement présent puisque les coûts d'entrée réduiraient l'offre relative des biens produits et donc augmenteraient leur prix relatif. Cela pourrait être bénéfique à une industrie particulière si les autres industries ne bénéficiaient pas aussi de cet effet de prix relatif. Cependant, si toutes les industries ont des coûts d'entrée, alors aucune ne va en bénéficier.

[1] $\frac{d\theta^{eq}}{dc_e}(rc_e + c_v)[\frac{(r+s)p'_f}{p_f^2} - \frac{1}{2}] = r[\frac{1}{2}\theta + \frac{1}{2} + \frac{r+s}{p_f}]$.


w
Nash
θ
LE

Question 2

1) Etats : • a, y, θ

• occupation (e : entrepreneur, w : travailleur)

Contrôles $\begin{cases} e \longrightarrow + a'(a, y, \theta) \rightsquigarrow \text{épargne} \\ \quad + \text{occupation la prochaine période.} \\ \\ w \longrightarrow \text{même chose} \end{cases}$

[consommation c pas indépendante de a']

2) • $$V_e(a, y, \theta) = \max_{a'} \; u(c) + \beta \mathbb{E} \max \left\{ V_e(a', y', \theta'), V_w(a', y', \theta') \right\}$$
$$\text{t.q. } c + a' = \theta a^{\nu}$$

(puisque a peut-être transformé en capital productif k)

• $$V_w(a, y, \theta) = \max_{a'} \; u(c) + \beta \mathbb{E} \max \left\{ V_e(a', y', \theta'), V_w(a', y', \theta') \right\}$$
$$\text{t.q. } c + a' = w y + a$$

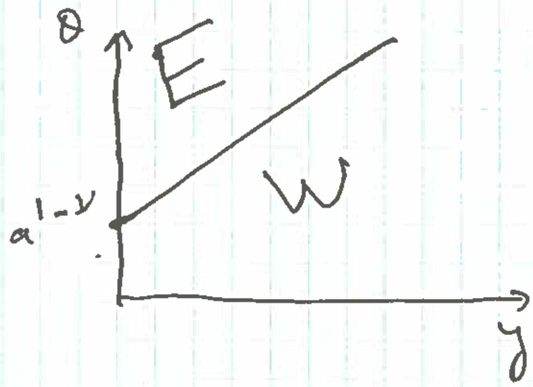
3) Il n'est pas possible de différentier ici, à cause de l'opérateur max...

Mais, par observation des deux EB et de leurs "symétries", on voit que : entrepreneuriat > travail

$$\Updownarrow$$

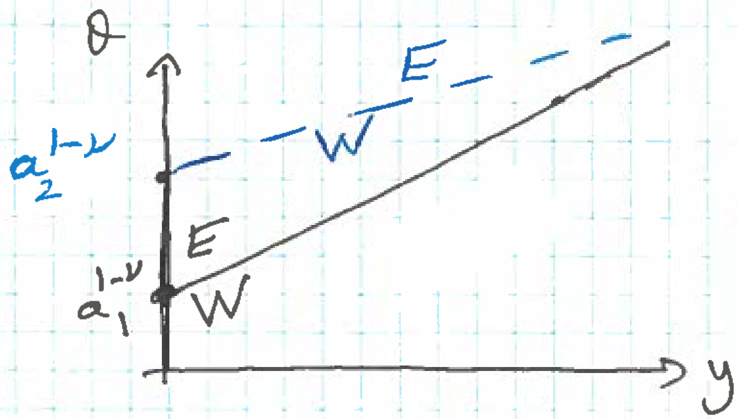
$$\theta a^{\nu} > w y + a$$

Graphiquement, pour a donné :



4) Comparons le choix occupationnel à deux niveaux de richesse différents :

$a_2 > a_1$



La réponse dépend de la probabilité de tirer un choc (y, θ) au-dessus de la "frontière" quand $a = a_1$ et quand $a = a_2$

5) <u>Sur V_e, V_w simultanément</u>

dev = 1
$V_e^0 = \ldots ; V_w^0 = \ldots$

Posons $\begin{cases} V_e = V_e^0 \\ V_w = V_w^0 \end{cases}$

while dev > ε

$\Omega^0 = \max\{V_e, V_w\}$

$TV_e = \max u(c) + \beta E \Omega_0$
t.q. budget E

$TV_w = \max u(c) + \beta E \Omega_0$
t.q. budget W

$\text{dev} = \max\{\text{abs}(TV_e - V_e)\} + \max\{\text{abs}(TV_w - V_w)\}$

$V_e = TV_e$
$V_w = TV_w$

end

Ou : 1 FV à la fois

(itération $\bar{\iota}$)

$V_e^{(\bar{\iota})}$ ---> Boucle V^w

while $dev > \varepsilon$

$\Omega_0^{(\bar{\iota})} = \max\{V_e^{(\bar{\iota})}, V_w\}$

$TV_w = \max\{u(c) + \beta E\, \Omega_0^{(\bar{\iota})}\}$

t.q. budget w

$dev = \max(\text{abs}\; TV_w - V_w)$

$V_w = TV_w$

end

Boucle sur V_e, avec V_w trouvé précédemment

jusqu'à convergence sur V_e

Question 3

Firme → vacante
→ avec travailleur de type τ.

A) Etats individuels

Agent → chômeur - - - → durée du chômage courant.
→ employé - - - → durée du chômage précédent.

Etats agrégés : Taux de chômage, Composition du chômage, Composition de l'emploi.

Contrôles Accepter / refuser un emploi

Poster des vacances : Oui / Non.

B)

$$M = M(u, V) \longrightarrow p_w = \frac{M}{u} = M(1, \theta) \longrightarrow p_w(\theta)$$

$$\longrightarrow p_f = \frac{M}{V} = M\left(\frac{1}{\theta}, 1\right) \longrightarrow p_f(\theta)$$

$\longrightarrow$ décision triviale

c). $S^w(\tau) = \frac{1}{1+r}\left\{ I(\tau)b + p_w(\theta) M^w(\tau) + (1-p_w(\theta)) S^w(\tau+1) \right\}$

durée courante

$$\longrightarrow r S^w(\tau) = I(\tau) b + p_w(\theta)\left[M^w(\tau) - S^w(\tau)\right] + (1-p_w(\theta))\left[S^w(\tau+1) - S^w(\tau)\right]$$

- $M^w(\tau) = \frac{1}{1+r}\left\{ w(\tau) + \delta S^w(1) + (1-\delta) M^w(\tau)\right\}$

durée précédente

$$\longrightarrow r M^w(\tau) = w(\tau) + \delta\left[S^w(1) - M^w(\tau)\right]$$

- $S^f = \frac{1}{1+r}\left\{ -k + p_f(\theta) \mathbb{E}_\tau \max\{S^f, M^f(\tau)\} + [1-p_f(\theta)] S^f \right\}$

$$\longrightarrow r S^f = -k + p_f(\theta) \mathbb{E}_\tau \max\{0, M^f(\tau) - S^f\}$$

- $M^f(\tau) = \frac{1}{1+r}\left\{ y(\tau) - w(\tau) + \delta S^f + (1-\delta) M^f(\tau)\right\}$

$$\longrightarrow r M^f(\tau) = y(\tau) - w(\tau) + \delta\left(S^f - M^f(\tau)\right)$$

D) Nash symétrique

$$\to \Pi^w(\tau) - S^w(\tau) = \Pi^f(\tau) - S^f, \quad \forall \tau$$

E) Pour une distribution stationnaire, il faut que les flux rentrants et sortants de chaque categorie soient égaux.

- Nouveaux chômeurs ($\tau = 1$):

Rentrant : $\delta \sum_\tau E_\tau$

Sortant : U_1

$$\left.\begin{array}{l} \text{Rentrant} : \delta \sum_\tau E_\tau \\ \text{Sortant} : U_1 \end{array}\right\} \longrightarrow U_1 = \delta \sum_\tau E_\tau$$

- Autres chômeurs ($\tau > 1$):

$$\left.\begin{array}{l} \text{Rentrant} : \left[1 - p_w(\theta)\right] u_{\tau-1} \\ \text{Sortant} : u_\tau \end{array}\right\} \longrightarrow u_\tau = \left[1 - p_w(\theta)\right] u_{\tau-1}$$

Travailleurs ($\tau > 1$):

Rentrant : $p_w(\theta)\, U_\tau$

Sortant : $\delta\, E_\tau$

$$\longrightarrow \quad E_\tau = \frac{p_w(\theta)}{\delta}\, U_\tau$$

Consistence agrégée $\displaystyle\sum_\tau (E_\tau + U_\tau) = 1$

F) D'après (C), nous voyons qu'une fois l'allocation chômage épuisée ($\tau > T$), le problème est stationnaire.

→ Il faut donc raisonner par rétro-induction

G) Il convient de distinguer entre $\tau = 1$ et $\tau \geq 2$.

Avec c), nous obtenons :

En fait, $\forall \tau \geq 2$
$$\begin{cases} r S^w(2) = p_w(0) \left[M^w(2) - S^w(2) \right] \\ r M^w(2) = w(2) + \delta \left[S^w(1) - M^w(2) \right] \\ r M^f(2) = \bar{y} - w(2) + \delta \left[S^f - M^f(2) \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} r S^w(1) = b + p_w(0) \left[M^w(1) - S^w(1) \right] \\ \qquad\qquad + \left[1 - p_w(0) \right] \left[S^w(2) - S^w(1) \right] \\ r M^w(1) = w(1) + \delta \left[S^w(1) - M^w(1) \right] \\ r M^f(1) = y(1) - w(1) + \delta \left[S^f - M^f(1) \right] \end{cases}$$

$$r S^f = -k + p_f(0) \, \mathbb{E}_{\tau = 1,2} \max \{ 0, M^f(\tau) - S^f \}$$

[Avec libre entrée, $S^f = 0$ ...

et donc $0 = -k + p_f(0) \, \mathbb{E}_{\tau = 1,2} M^f(\tau)$.

Tension de marché ?

→ résoudre pour le système

$$\left[\pi^w(i), S^w(i), \pi^\delta(i)\right]_{i=1,2}$$

→ substituer dans la libre entrée.

H) $[y(1) > b$ et $\bar{y} > 0]$ est l'équivalent de la condition pour l'existence et l'unicité d'équilibre dans le modèle de Pissarides stationnaire ...

→ il faut qu'à chaque période, il y ait un "gâteau" à partager

... et la tension de marché s'ajustera.

Question 4 Voir notes de cours.