

RBC et le marché de l'emploi

Le modèle RBC de base ne marche pas très bien quand on regarde plus particulièrement le marché de l'emploi.

Notamment:

1. Le travail fluctue à peu près deux fois plus dans les données (E.U.) que dans le modèle,
2. Les heures totales de travail fluctuent plus que la productivité dans les données,
3. Les heures de travail et la productivité montrent à peu près zéro corrélation dans les données, mais "bougent" ensemble dans notre économie artificielle.

Table 1	σ_h/σ_y	σ_h/σ_{prod}	$corr(h, prod)$
Série temporelle (E.U.)	.78	1.37	.07
Modèle de base	.49	.94	.93

Problèmes possibles avec le modèle RBC de base:

1) Il dépend complètement d'un seul choc

⇒ les variables sont très corrélées (positivement)

Exemple:

Une valeur positive pour z_t accroît la productivité et également les heures de travail, puisque les salaires augmentent.

Le problème est qu'un choc technologique agit comme une translation de la demande de travail sans changement de la courbe d'offre de travail. Donc, avec un seul choc, c'est similaire à un mouvement le long de la courbe d'offre et les variables sont corrélées.

2) Aux E.U., l'élasticité de l'offre du travail (à court terme) est "relativement" élevée.

Dans le modèle, les ménages ne sont pas suffisamment désireux de substituer le loisir à travers temps, en réponse à un choc donné.

Modèle de base: une revue rapide.

Agents:

Ménages représentatifs.

Entreprises.

Préférences:

$$u(c, l) = \ln(c) + A \cdot \ln(l) = \ln(c) + A \cdot \ln(1 - h).$$

Dotations:

Dotation en temps: $h_t + l_t = 1$.

Les ménages commencent chaque période avec du capital k_t .

Technologie:

$$y_t = e^{z_t} f(h_t, k_t) = e^{z_t} h_t^{1-\theta} k_t^\theta,$$

où z_t est le choc technologique observé par les agents au début de la période, avant toute décision. Les chocs sont tels que $z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t$.

Puisque le problème ne présente pas de distortion,

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t\}, \{h_t\}} & \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(c_t, 1 - h_t) \\ \text{t.q.} & c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = e^{z_t} h_t^{1-\theta} k_t^\theta. \end{aligned}$$

Les résultats sont donnés en table 1.

Premier ajustement: loisir non-séparable

Nouveauté: L'utilité du loisir ne dépend pas uniquement du loisir cette période, mais aussi du loisir lors de périodes précédentes:

$$\ln c_t + A \cdot \ln L_t = \ln c_t + A \cdot \ln \left[\sum_{i=0}^{+\infty} a_i l_{t-i} \right],$$

$$\text{où } \sum_{i=0}^{+\infty} a_i = 1 \text{ et } a_{i+1} = (1 - \eta)a_i, \quad i \geq 1, \text{ avec } 0 < \eta \leq 1.$$

Donc l'utilité dépend d'une moyenne pondérée de loisirs passés, où le poids des périodes précédentes diminue régulièrement.

Intuition:

- Le loisir une certaine période est un bon substitut pour le loisir dans des périodes proches. Donc, le ménage peut être plus prompt à accepter de réduire son loisir (travailler plus) en réponse à un choc positif donné.
- Avec ce type de fonctions d'utilité, il est possible de réduire le loisir beaucoup plus dans une "bonne" période, puisque l'utilité marginale du loisir pour des valeurs de loisir basse n'est plus nécessairement infinie.

Les hypothèses impliquent que $a_i = (1 - \eta)^{i-1} a_1$, pour $i \geq 1$.

Remarquez que le nombre de paramètres libres dans la fonction d'utilité est en fait égal à deux (η et a_0), puisque $a_0 + \frac{a_1}{\eta} = 1$.

On peut réécrire L_t comme

$$\begin{aligned} L_t &= a_0(1 - h_t) + a_1 \sum_{i=1}^{+\infty} (1 - \eta)^{i-1} (1 - h_{t-i}), \\ &= a_0(1 - h_t) + \frac{a_1}{\eta} - a_1 \sum_{i=1}^{+\infty} (1 - \eta)^{i-1} h_{t-i}, \\ &= 1 - a_0 h_t - \eta(1 - a_0) \sum_{i=1}^{+\infty} (1 - \eta)^{i-1} h_{t-i}. \end{aligned}$$

Définissons B_t de la façon suivante

$$B_t = \sum_{i=1}^{+\infty} (1 - \eta)^{i-1} h_{t-i}.$$

Ainsi B_t mesure la contribution du loisir passé à L_t .

Après une manipulation simple, on peut montrer que

$$B_{t+1} = (1 - \eta)B_t + h_t.$$

Donc on a

$$\begin{cases} L_t = 1 - a_0 h_t - \eta(1 - a_0)B_t, \\ B_{t+1} = (1 - \eta)B_t + h_t. \end{cases}$$

Le problème devient

$$\begin{aligned} & \max_{\{k_{t+1}\}, \{h_t\}} E \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t [\ln(c_t) + A \ln(1 - a_0 h_t - \eta(1 - a_0) B_t)] \\ & \text{t.q.} \quad \left\{ \begin{array}{l} c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = e^{z_t} h_t^{1-\theta} k_t^\theta, \\ B_{t+1} = (1 - \eta)B_t + h_t, \\ z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Si l'on simule le modèle

TABLE 2	σ_h/σ_y	σ_h/σ_{prod}	$corr(h,prod)$
Séries U.S.	.78	1.37	.07
Modèle de base	.49	.94	.93
Utilité non-séparable	.65	1.63	.80
Loisir indivisible	.76	2.63	.76
Chocs gouvernementaux	.55	.90	.49
Production domestique	.75	1.92	.49

Considérer une utilité non-séparable améliore les résultats du modèle de base le long des deux dimensions (volatilité des heures et corrélation avec la productivité).

Deuxième ajustement: loisir indivisible

Il est observé que la majeure partie des fluctuations en heures de travail agrégées est due à des fluctuations dans le nombre de personnes employées plutôt qu'à des fluctuations en heures de travail par personne employée.

Les travailleurs peuvent travailler soit zéro heure, soit un nombre constant \tilde{h} d'heures.

Comme montré par Rogerson (JME 1988):

- L'équilibre concurrentiel dans une économie avec des non-convexités peut avoir des agents différents choisissant des consommations et des heures différentes.
- Il y a des allocations (avec lotteries sur l'emploi) qui dominent l'équilibre concurrentiel (par exemple une allocation où "chaque agent consomme \bar{c} et travaille avec une probabilité $\phi \in [0, 1]$ " qui domine l'équilibre où une fraction des agents consomme c_1 et travaille \tilde{h} heures et le reste consomme c_2 et travaille 0 heures).

⇒ la réalisation de l'allocation optimale dans ces économies avec des non-convexités implique de telles lotteries qui décident quels agents travaillent et quels agents ne travaillent pas ("convexifiant l'ensemble de choix").

Lotterie:

- Chaque période, une lotterie a lieu qui détermine les agents qui travaillent,
- Les agents sont payés seulement s'ils travaillent,
- Supposez que les agents peuvent acheter une "assurance de non-emploi" au cas où ils ne travaillent pas.

1. D'abord, le choc technologique z_t est réalisé,
2. Puis les ménages choisissent une probabilité α_t de travailler, plutôt que des heures de travail,
3. Ils peuvent aussi acheter une assurance (privée) en cas de non-emploi y_t au prix $p(\alpha_t)$,
4. Ils décident de leur consommation c_{st} et de leur investissement i_{st} , conditionnellement à la réalisation de la lotterie ($s = 1$ s'ils sont employés, $s = 2$ sinon).

Le problème est le suivant (les “primes” dénotent la période suivante):

$$V(k, K, z) = \max_{\alpha, y, c_s, i_s} \alpha \{u(c_1, 1 - \tilde{h}) + \beta E[V(k'_1, K', z')]\} \\ + (1 - \alpha) \{u(c_2, 1) + \beta E[V(k'_2, K', z')]\},$$

$$t.q. \left\{ \begin{array}{l} c_1 + i_1 = w(K, z)\tilde{h} + r(K, z)k - p(\alpha)y, \\ c_2 + i_2 = y + r(K, z)k - p(\alpha)y, \\ k'_s = (1 - \delta)k + i_s, \quad s = 1, 2. \end{array} \right.$$

Les compagnies d'assurance maximisent leurs profits en expectation $(p(\alpha)y - (1 - \alpha)y)$. La concurrence dans l'industrie ramène ces profits à zéro, donc

$$p(\alpha) = 1 - \alpha.$$

Le problème peut être réécrit comme:

$$V(k, K, z) = \max_{\alpha, y, c_s, k'_s}$$

$$\alpha \{u(w(K, z)\tilde{h} + r(K, z)k - (1 - \alpha)y - k'_1 + (1 - \delta)k, 1 - \tilde{h}) + \beta EV(k'_1, K', z')\} \\ + (1 - \alpha) \{u(y + r(K, z)k - (1 - \alpha)y - k'_2 + (1 - \delta)k, 1) + \beta EV(k'_2, K', z')\},$$

$$t.q. \begin{cases} c_1 + i_1 = w(K, z)\tilde{h} + r(K, z)k - p(\alpha)y, \\ c_2 + i_2 = y + r(K, z)k - p(\alpha)y, \\ k'_s = (1 - \delta)k + i_s, \quad s = 1, 2. \end{cases}$$

Les conditions de premier ordre pour k'_s et y sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(c_1, 1 - \tilde{h}) = \beta E[V_1(k'_1, K', z')], \\ u_1(c_2, 1) = \beta E[V_1(k'_2, K', z')], \\ u_1(c_1, 1 - \tilde{h}) = u_1(c_2, 1). \end{array} \right.$$

Nous avons supposé que les préférences sont additivement séparables en consommation et loisir (et strictement concaves). Donc,

$$c_1 = c_2.$$

Cela implique que

$$\begin{cases} k'_1 = k'_2, \\ i_1 = i_2. \end{cases}$$

Cela veut dire que les deux contraintes de budget sont les mêmes et donc que

$$y = w(K, z)\tilde{h}.$$

Tous les agents ont le même problème et donc $k = K$ en équilibre (c'est à dire qu'il n'y a pas hétérogénéité parmi les agents.)

En conclusion, le problème des agents se simplifie beaucoup:

$$V(k, K, z) = \max_{\alpha, k'} \alpha \cdot u(c, 1 - \tilde{h}) + (1 - \alpha) \cdot u(c, 1) + \beta E[V(k', K', z')],$$

$$t.q. \quad c + k' - (1 - \delta)k = w(K, z)\alpha\tilde{h} + r(K, z)k.$$

Puisque la fonction d'utilité est additivement séparable (Log-Log), le problème peut encore être simplifié,

$$V(k, K, z) = \max_{\alpha, k'} \ln c + \alpha A \ln(1 - \tilde{h}) + \beta E[V(k', K', z')],$$
$$t.q. \quad c + k' - (1 - \delta)k = w(K, z)\alpha\tilde{h} + r(K, z)k.$$

Cela nous donne deux conditions de premier ordre:

$$\begin{cases} \frac{1}{c} w(K, z)\tilde{h} + A \ln(1 - \tilde{h}) = 0, \\ \beta E[\frac{1}{c'} (r(K', z') + 1 - \delta)] = \frac{1}{c}. \end{cases}$$

IMPLICATIONS:

Le problème a été réduit à un problème d'agent représentatif avec la fonction d'utilité suivante:

$$\ln c + \alpha A \ln(1 - \tilde{h}).$$

Bien sûr, les agents choisissent maintenant k' et α , plutôt que k' et h . Ils choisissent un niveau d'investissement et une probabilité de travail, plutôt qu'un niveau d'investissement et des heures de travail.

La probabilité α est donnée par:

$$\alpha = \frac{h}{\tilde{h}}, \text{ où } h \text{ sont les heures par personne.}$$

Donc la fonction d'utilité prend la forme suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln c_t - B \cdot h_t, \\ \text{où } B = -\frac{A \text{Log}(1-\tilde{h})}{\tilde{h}} > 0. \end{array} \right.$$

CETTE FONCTION D'UTILITÉ EST LINÉAIRE EN LOISIR!

- Bien que nous ayons une fonction d'utilité standard pour les ménages, le problème peut être réécrit comme un problème avec un agent représentatif possédant une fonction d'utilité qui est linéaire en loisir.
- Avec une utilité qui n'est plus concave en loisir, l'agent représentatif n'essaie plus de lisser et cela veut dire plus de substitution de loisir à travers les périodes en réponse à un choc technologique donné.

Voir la table 2:

σ_h/σ_y est très proche des données.

σ_h/σ_{prod} est devenu trop élevé.

$corr(h, prod)$ a baissé un peu.

Troisième ajustement: chocs de dépenses publiques

Supposez que g_t soit financé par des taxes forfaitaires T_t .

Supposez que les chocs g_t soient tels que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln g_{t+1} = (1 - \lambda) \ln \bar{g} + \lambda \ln g_t + \mu_t, \\ \mu_t \sim N(0, \sigma_\mu^2), \\ \mu_t \perp z_t. \end{array} \right.$$

$\lambda = 1 \Rightarrow$ chocs persistants.

$\lambda = 0 \Rightarrow$ chocs temporaires.

La fonction d'utilité est telle que:

$$u(c, l) = \ln c + A \ln(1 - h),$$

ce qui implique que g_t ne rentre pas dans la fonction d'utilité (les dépenses publiques sont juste une ponction des ressources.)

- Donc, un choc positif de g_t est comme un effet de richesse négatif et augmente le travail.
- Les chocs technologiques (non-corrélés) affectent aussi le travail. Puisque les heures de travail sont aussi affectées par les chocs gouvernementaux, il est possible que productivité et travail soient peu corrélés, si les effets des deux chocs marchent dans des directions opposées.

Le problème de maximisation est le suivant. Dénotons $x_t = (z_t, g_t)$:

$$V(k_t, K_t, x_t) = \max_{k_{t+1}, h_t} \{u(c_t, 1 - h_t) + \beta E[V(k_{t+1}, K_{t+1}, x_{t+1})]\},$$
$$t.q. \begin{cases} w_t(K_t, x_t)h_t + r_t(K_t, x_t)k_t = c_t + i_t + T_t, \\ z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t, \\ \ln g_{t+1} = (1 - \lambda) \ln \bar{g} + \lambda \ln g_t + \mu_t. \end{cases}$$

Intuitivement:

- Les chocs g_t affectent l'offre de travail,
- Les chocs z_t affectent la demande de travail.

- Les chocs g_t produisent une relation négative entre travail et productivité,
- Les chocs z_t produisent une relation positive entre travail et productivité.

⇒ Les deux chocs ensemble peuvent produire une faible corrélation entre travail et productivité.

La table 2 montre que la corrélation entre heures et productivité a baissé avec l'introduction de chocs g_t .

Quatrième ajustement: Travail domestique (“home production”):

Travail domestique: toute activité provenant du temps disponible qui n'est pas inclus dans la production de marché (avec une entreprise) et qui n'est pas du loisir. Cela inclue des activités telles que rester au foyer et “maintenir” le foyer, s'occuper des enfants, maintenir la maison, etc...

Les études montrent que:

- Un couple marié typique passe 25% de son temps discrétionnaire en “travail domestique” et 33% en activités payées (production sur le marché).
- Dans l’après-guerre, l’investissement en “capital domestique” (consommation de biens durables et investissement fixe résidentiel) dépasse l’investissement en capital pour le marché (investissement fixe non-résidentiel) de 15%.
- Les estimées de production de travail domestique sont entre 20 et 50% du PIB de marché.

Puisque la production domestique est probablement affectée par d'autres chocs que la production de marché, cela donne une deuxième source de chocs.

Les agents ont des préférences pour la consommation et les loisirs définies par $u(c, l) = \ln c + A \ln(l)$.

Le bien de consommation est un composite des biens produits à la maison et sur le marché:

$$c_t = [ac_{Mt}^e + (1 - a)c_{Ht}^e]^{\frac{1}{e}},$$

où c_{Mt} est la consommation du bien produit sur le marché et c_{Ht} est la consommation du bien produit à la maison.

La dotation de temps doit être allouée entre trois activités: loisir, production sur le marché et production à la maison:

$$l_t + h_{Mt} + h_{Ht} = 1.$$

La technologie est caractérisée par une fonction de production du bien de marché et une fonction de production du bien domestique. Puisque le capital utilisé en production doit être alloué entre deux secteurs, nous introduisons

$$k_t = k_{Mt} + k_{Ht}.$$

Les fonctions de production sont définies par:

$$\begin{cases} y_{Mt} = f(z_{Mt}, k_{Mt}, h_{Mt}) = e^{z_{Mt}} k_{Mt}^{\theta} h_{Mt}^{1-\theta}, \\ y_{Ht} = g(z_{Ht}, k_{Ht}, h_{Ht}) = e^{z_{Ht}} k_{Ht}^{\eta} h_{Ht}^{1-\eta}, \end{cases}$$

où

$$\begin{cases} z_{M,t+1} = \rho z_{Mt} + \varepsilon_{Mt}, \\ z_{H,t+1} = \rho z_{Ht} + \varepsilon_{Ht}, \\ \varepsilon_{Mt} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_M}^2), \\ \varepsilon_{Ht} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_H}^2), \\ \gamma = \text{corr}(\varepsilon_{Mt}, \varepsilon_{Ht}). \end{cases}$$

Les revenus sont divisés entre consommation et investissement. Ce dernier est comme d'habitude égal à

$$i_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t.$$

Puisque le bien de consommation composite est une fonction de c_{Mt} et de c_{Ht} , il faut définir:

$$\begin{cases} c_{Mt} + i_t = f(z_{Mt}, k_{Mt}, h_{Mt}), \\ c_{Ht} = g(z_{Ht}, k_{Ht}, h_{Ht}). \end{cases}$$

Cela implique que l'investissement est seulement dérivé des activités de marché et que le bien produit à la maison est pour la consommation.

Les variables d'état sont: $k_t, x_t = (z_{Mt}, z_{Ht})$.

Les variables de contrôle sont: $k_{Mt}, h_{Mt}, h_{Ht}, k_{t+1}$.

Une fois que k_{Mt} est choisi, k_{Ht} est automatiquement déterminé. De manière similaire, une fois que h_{Ht} et h_{Mt} sont choisis, l_t est ce qu'il reste du temps discrétionnaire.

Le problème de maximisation peut s'écrire comme:

$$V(k_t, x_t) = \max_{k_{Mt}, h_{Mt}, h_{Ht}, k_{t+1}} \{u(c_t, 1 - h_{Mt} - h_{Ht}) + \beta E[V(k_{t+1}, x_{t+1})]\},$$

$$t.q. \left\{ \begin{array}{l} c_t = [ac_{Mt}^e + (1 - a)c_{Ht}^e]^{\frac{1}{e}}, \\ k_t = k_{Mt} + k_{Ht}, \\ c_{Mt} + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = e^{z_{Mt}} k_{Mt}^\theta h_{Mt}^{1-\theta}, \\ c_{Ht} = e^{z_{Ht}} k_{Ht}^\eta h_{Ht}^{1-\eta}, \\ z_{M,t+1} = \rho z_{Mt} + \varepsilon_{Mt}, \\ z_{H,t+1} = \rho z_{Ht} + \varepsilon_{Ht}. \end{array} \right.$$

La table 2 montre que cet ajustement améliore le modèle de base.

L'intuition est que désormais, en plus du loisir et de la production de marché, les agents peuvent allouer leur temps à la production domestique. Donc, ils peuvent ajuster le temps passé sur le marché en réponse à un choc technologique sans avoir à varier leur loisir. La capacité du modèle de production domestique à décroître la corrélation $corr(h, prod)$ est que maintenant deux types de chocs affectent cette économie, comme dans l'ajustement précédent.