ECO 9015 **Automne 2019**

Examen intermédiaire

Question 1:

Soit un modèle d'industrie avec séparations exogènes. Le bien final est produit par des firmes hétérogènes. Ce bien est vendu à un prix normalisé à 1. Les firmes sont caractérisées à toute date par leur productivité idiosyncratique $s \in \{s_1, s_2\}$. L'économie est également sujette chaque période à des chocs de productivité agrégés $z \in \{z_1, z_2\}$. La transition de s à s' est donnée par un processus de Markov caractérisé par la matrice S où $S_{ij} = \Pr ob(s = s_i \rightarrow s' = s_j)$. La transition de z à z' est donnée par un processus de Markov caractérisé par la matrice Z où $Z_{ij} = \Pr ob(z = z_i \rightarrow z' = z_j)$. Les firmes produisent selon une technologie n'utilisant que du travail $szf(n) = sz\sqrt{n}$. Chaque période, les firmes ajustent leur emploi en fonction de s et z. En plus de ces transitions, les firmes sont également sujettes à un choc absorbant avec probabilité λ qui les forcent à sortir du marché. En conséquence, chaque période, une masse de firmes *entrantes* arrivent sur le marché. Ces firmes paient un coût d'entrée c_e et *commencent toutes au niveau de productivité le plus élevé* (s_2). Le marché du travail est compétitif.

(En vrac: horizon infini; taux d'escompte: β; $u(c, N) = \ln c - AN,\ A > 0$*).*

I. Donnez: *(i)* le(s) variable(s) d'état individuelle(s), *(ii)* le(s) variable(s) d'état agrégée(s) et *(iii)* le(s) variable(s) de contrôle *(ne donnez pas la fonction de Bellman encore)*. L'hétérogénéité des firmes implique une distribution des firmes 'en place' μ. De quelles variables la fonction μ dépend-elle?

II. Avant de commencer à résoudre *(donc, toujours sans écrire l'équation de Bellman)*, définissez l'équilibre sous la forme: "Un équilibre est composé d'une liste d'(allocations), de (prix), tels que (conditions)". Que faut-il mettre dans (allocations), (prix) et (conditions)?

III. On sait que le salaire pris comme donné par les firmes est fonction des variables d'état agrégées. Pourquoi, dans cet environnement, le salaire à l'équilibre n'est-il vraiment que fonction des chocs de productivité agrégés z? *Une réponse intuitive (mais clairement exposée) est suffisante.*

IV. Écrivez l'équation de Bellman associée au problème des firmes, puis obtenez leur(s) règle(s) de décision.

V. Nous voulons écrire nos résultats sous forme matricielle (discrétisée). La fonction de valeur va être représentée par V. Quelle est la dimension de V? On admettra, sans l'établir, qu'il est possible, à partir des matrices S et Z, d'obtenir une matrice donnant les probabilités de passer de n'importe quelle combinaison de (s, z) à n'importe qu'elle autre combinaison de (s', z') et on notera cette matrice P. Quelle est la dimension de P? Le système à trouver peut s'écrire comme $\Omega V = b$. Déterminez Ω et b. Quelles sont leurs dimensions?

VI. Exprimez la/les valeur(s) d'entrée sur le marché. Par la libre entrée, obtenez la fonction de salaire.

VII. À cause des chocs agrégés, on ne peut plus considérer la condition d'équilibre stationnaire, comme on le fait d'habitude dans l'"étape 2". Comment faut-il ajuster cette étape? *Là aussi, une réponse intuitive (toujours clairement exposée) est suffisante. Il n'est pas nécessaire de répondre par des calculs ou des équations.*

VIII. Amenez le problème des ménages afin de clore le modèle (comme dans l'"étape 3"). *Il est suffisant de poser (de façon claire) ces dernières conditions d'équilibre, sans les résoudre.*

Question 2:

L'environnement est décrit comme suit: marchés compétitifs; ménage représentatif avec utilité $\ln c_t$; firme représentative; technologie de production donnée par $y_t = k_t^\alpha$; taux de dépréciation $\delta = 1$; capital initial k_0.

Ia. Posez le problème d'équilibre et résolvez le par la programmation dynamique.

Ib. Posez le problème optimal; résolvez le de la même façon. Vérifiez la concordance des deux solutions.

II. On continue avec le problème optimal à son état stationnaire.[1] Log-linéarisez ce système.

III. Une fois à cet état stationnaire, une tornade détruit 1% du capital. Approximez la consommation une période après ce choc. Cela correspond-il à une augmentation ou une diminution par rapport à c^*?

Question 3:

Un agriculteur doit planifier son labeur chaque année (1 année = 1 période). Par son expérience, il arrive à savoir au début du printemps - avant de semer, si l'année va être bonne ou pas pour le blé (deux possibilités: les conditions climatiques sont bonnes pour les récoltes ou elle sont mauvaises). En sa possession, il a également de son beau-frère une table qui lui révèle les probabilités que les conditions climatiques restent les mêmes d'une année à l'autre ou qu'elles changent.

Il veut rationaliser son travail et consulte son ancien prof d'économie qui lui conseille d'utiliser la programmation dynamique pour prendre les meilleures décisions possibles et s'assurer une bonne retraite. Son prof lui rappelle de prendre en compte le nombre de tracteurs qu'il devrait utiliser (nombre de tracteurs k_t se dépréciant entièrement chaque année) et lui suggère d'utiliser la fonction de production agricole $z_t f(k_t, e_t)$ où z_t représente les conditions climatiques et e_t va être précisé plus tard. L'agriculteur ne se paie pas de salaire, mais garde pour lui le produit de ses ventes $P_{b,t} z_t f(k_t, e_t)$, où $P_{b,t}$ est le prix du blé au marché du village. Étant sage, il réalise que ce prix varie en dehors de son contrôle et que chaque année, le prix est $P_{b,1}$ (probabilité 0.5) ou $P_{b,2}$ (probabilité 0.5).

I. Considérons d'abord que e_t représente l'engrais utilisé. Cet engrais a un prix constant P_e par unité. L'agriculteur estime que son utilité est bien représentée par $u = \ln c$, où c est sa consommation (prix exogène de la consommation: p_c; prix exogène des tracteurs: p_k). Décrivez le problème de l'agriculteur (équation de Bellman, variables d'état et de contrôle, contraintes). Résolvez ce problème. Interprétez les conditions de premier ordre.

II. Considérons maintenant que e_t représente l'effort de l'agriculteur (qui n'utilise donc plus d'engrais). L'effort étant déplaisant, il révise son estimation et son utilité est maintenant $u = \ln c - e$. Décrivez le problème de l'agriculteur (équation de Bellman, variables d'état et de contrôle, contraintes). Résolvez ce problème. Interprétez les Conditions de premier ordre.

Question 4: *Les réponses courtes et précises sont largement préférées aux réponses longues et vagues!*

I. Prenez un environnement caractérisé par une croissance exogène. Pourquoi faut-il toujours commencer par stationnariser un problème avant d'utiliser la programmation dynamique? Est-ce vrai si on utilise l'approche Lagrangienne?

[1] Valeurs dénotées par un '*'.

II. Quelles restrictions les conditions d'Inada imposent-elles sur les dérivées des fonctions d'utilité et de production? En quoi sont-elles utiles pour un macroéconomiste?

III. Considérez un environnement avec externalités sur un des intrants dans la fonction de production. Soulignez les différences principales dans la façon de résoudre les problèmes d'équilibre et optimal.

IV Pourquoi un environnement sans capital ni coût de licenciement rend le problème à résoudre statique?

V. Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans le cadre de la programmation dynamique?

VI. Expliquez en quelques lignes la méthode générale d'itération sur la fonction de valeur (IFV). En particulier, *(1)* comment est-elle reliée au théorème de l'application contractante?; *(2)* comment se structure l'algorithme? *[pour cette deuxième partie, on vous demande juste quels sont les principaux blocs de l'algorithme, sans rentrer dans les détails de la programmation.]*