A

Question 1:

Provide the conditions for an equilibrium to exist in the Pissarides model (exogenous separations). You may have to make some assumptions about the matching function to get the results (hint: get some inspiration from a Cobb-Douglas matching function).

C

Question 3:

In the Mortensen-Pissarides model, what happens if $\beta \longrightarrow 0$ or if $\beta \longrightarrow 1$? Provide some intuition.

M

1.2 Question courte #2 (10%)

(QC 2) Considérez le modèle d'appariement "à la Pissarides", c'est à dire avec séparation exogène. Est-il vrai que si l'on suppose un pouvoir de négociation égal entre travailleur et entreprise, la production va être divisée de façon égale entre les deux? Pourquoi / pourquoi pas?

I

Question 3: This exercise is based on the Pissarides matching model (i.e. with exogenous separations). The added ingredient is that workers and jobs are heterogeneous with respect to their productivity (workers) and skill level requirement (jobs). The emphasis for this question is not on providing a complete definition of equilibrium and solving for it. Rather you only will be asked to "lay the groundwork" towards that objective. As the setup is somewhat different from the traditional Pissarides model, you will be given hints throughout the problem. It is essential that you understand the ways in which the model differs from the standard Pissarides framework. Thus, use the hints wisely. Since the questions follow each other in a logical order designed to help you work through the problem, it is better to give the right answers to fewer questions than to try to finish a)-e), but do so incorrectly.

Consider the following labor market model with heterogeneous workers and jobs. There are two types of workers, good (g) and bad (b), and two types of jobs, skilled (s) and unskilled (ns). Anyone can do an unskilled job, producing a flow of 1 unit of output (per unit of time) regardless of ability, but only good workers can take skilled jobs, which produce $x > 1$ units of output. A bad worker in a skilled job produces nothing. A fraction γ of the population is good. The production technology can be summarized by the following table:

	Good worker	Bad worker
Skilled job	x	0
Unskilled job	1	1

Having an open vacancy requires a cost c (per period of time). A firm with an open vacancy must decide whether the associated job is skilled or unskilled. This decision is irreversible, and so good workers who are hired by unskilled vacancies can not be 'promoted', nor can bad workers who are hired by skilled vacancies be 'demoted'.

There is an aggregate meeting function $M(U,V)$ that describes the number of new meetings as a function of the total number of unemployed workers U and the total number of vacant firms V. It is an increasing and concave function of U and V, and exhibits constant returns to scale. The meeting technology is assumed to be totally random. Hence, $M(U,V)/U$ tells the rate at which an unemployed worker finds a vacancy. If a fraction μ of vacancies are skilled, this is the probability that the vacancy contacted is skilled. $M(U,V)/V$ tells the rate at which vacancies contact unemployed workers. If a fraction λ of unemployed workers are good, this is the probability the worker contacted is good.

When a worker and a firm are matched, they divide output according to the Nash bargaining solution, with workers keeping a share $\beta \in (0,1)$ of match surplus. All agents are risk neutral and discount future payoffs at rate r. Matches end exogenously at rate $\delta > 0$, leaving the worker unemployed and the firm with an opportunity to create a new vacancy.

In equilibrium, good workers take unskilled jobs if it is in the mutual interest of the worker and the firm; and firms create jobs until the zero profit condition binds (note that in equilibrium, it may be unprofitable to create any one type of job).

3) a) What are the state and control variables for the workers and firms?

3) b) State whether the following variables are exogenous or endogenous: γ, λ, μ. Explain.

3) c) Given that there are two types of workers and two types of jobs, how many value functions should you consider?

3) d) Write down the value functions. You may write them directly in flow terms, if you prefer to do so. Give the traditional interpretation for one of the values of search and one of the values of matching. You know from 3) c) that there is a number of value functions to consider.

[You may want to be parsimonious in your notation. For example, you can write, generically, the value function of a type i worker matched with a type j job, $i \in \{b, g\}$, $j \in \{s, ns\}$. In that case, denote by f_{ij} the output produced in a match between a type i worker an a type j firm. What are $f_{b,s}$, $f_{b,ns}$, $f_{g,s}$, $f_{g,ns}$ equal to?]
[Similarly, you can write the value of search for a worker of type i and the value of search for a firm of type j.]

3) e) Denote by $I(i,j)$ the indicator function describing the matching decision of a type i worker and a type j firm. Hence, $I(i,j) = 1$ if types i and j match in equilibrium and $I(i,j) = 0$ if they do not match (only considering pure strategies) [$i \in \{b, g\}$, $j \in \{s, ns\}$]. Write the steady state conditions that ensure constant numbers of type g and b in the search and production pools.
[Notice that due to the bargaining assumption $I(i,j) = I(j,i)$, $\forall (i,j)$]

N

2.2 Question longue #2 (20%)

Considérez un marché de l'emploi caractérisé par des frictions. Le nombre de matchs par période - disons que le temps est discret - entre travailleurs et entreprises est donné par une fonction d'appariement $M(U,V)$ où U est le nombre total de chômeurs et V est le nombre total de vacances ($M(.,.)$ a les propriétés habituelles). Supposez qu'il y ait au total L travailleurs (chômeurs ou employés). Les entreprises doivent poster des vacances afin de trouver des travailleurs, à un coût κ par période. Dénotez $\theta = V/U$ la tension de marché. Les probabilités p_w et p_f de former un match pour les travailleurs et les firmes sont fonctions de θ. La transition vers le chômage est déterminée par un taux de séparation exogène (et idiosyncratique) μ.
Dénotez par r le taux de préférence vis-à-vis du temps et par y la production. Les chômeurs reçoivent un revenu (allocation chômage). Cette allocation diminue avec la durée *individuelle* de chômage. Dénotez par b_t l'allocation chômage de quelqu'un qui vient de finir t périodes au chômage (le revenu d'un travailleur qui vient juste de devenir chômeur est donc b_0). Supposez que $y > b_0$. Les salaires sont déterminés "à la Nash", en utilisant des pouvoirs de négociation égaux pour le travailleur et l'entreprise.
Je vous encourage à utiliser votre propre notation pour les salaires.
Le but de cette question est de vous faire réfléchir aux conséquences d'une allocation chômage variable au cours du temps. **Mais à la fin de la question (QL 2.e), vous n'avez pas à résoudre le système d'équations établi.**

(QL 2.a) Quelles sont les variables d'état individuelles? aggrégées? de contrôle?
(QL 2.b) Exprimez p_w et p_f comme fonctions de la tension de marché.
(QL 2.c) Écrivez les fonctions de valeurs des travailleurs et des entreprises. Faites bien attention à utiliser votre réponse à la question (QL 2.a) pour voir combien de fonctions de valeur il faut écrire.
(QL 2.d) Écrivez les relations déterminant la négociation des salaires. Pourquoi a-t-on supposé que $y > b_0$?
(QL 2.e) Écrivez les relations qui assurent une distribution stationnaire de types de travailleurs.

U

Question III (30%): Efficiency in matching models

There is a continuum of infinitely lived, risk neutral workers, whose measure is normalized to 1. These workers maximize the discounted value of leisure and labor income. Denote by b the instantaneous value of leisure and by w the wage they receive when working. They discount the future at rate $\beta = 1/(1+r)$. The production technology is CRS with labor as the only input. Denote by y the output produced in a worker-firm pair. To be able to produce, firms must match with a worker. For that, they must pay costly vacancies (κ per period) and match according to a matching function M, where $M(U,V)$ is the number of matches in a period, given U unemployed workers and V vacant firms. Assume that $M(U,V) = U^{\alpha}V^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. Denote market tightness $\theta = V/U$. Since matching is random, the probability of matching to a firm is equal to $M(U,V)/V$ and can be expressed only as a function of θ. We will denote this probability by $q(\theta)$. Firms' vacancy posting decision is determined by free entry. Matches do not last forever and break down with probability s per period. Wages are determined by Nash bargaining with bargaining power ϕ to workers.

(a) Determine the decentralized equilibrium. For that, write the required value functions, describing firms and workers optimal behavior. Use these to obtain a restricted set of 3 equations defining equilibrium.

(b) Use the above to derive a closed form solution for θ, as a function of the model parameters.

(c) We solve for the social planner (SP) problem. Suppose the SP faces the same matching frictions as agents in the market. He maximizes the discounted total value of output and leisure, net of vacancy posting costs. Thus, given n_0 the number of employed workers at date 0, he chooses a sequence of $\{v_t, n_{t+1}\}$ - vacancies and next period's employment, taking as given frictions characterizing the labor market. This implies that, when choosing vacancies, the SP takes into account the relationship between vacancies posted, current unemployment and number of new matches. He also takes into account that some matches are broken down every period.

(c.1) What is the SP objective function? (c.2) What constraints is he facing? (c.3) Solve his problem as a Lagrangian. (c.4) For the stationary solution, you should obtain a closed form solution for θ. Compare with the decentralized equilibrium (notice that the elasticity of matching with respect to unemployment is constant - equal to α, and is also equal to $-\theta q'(\theta)/q(\theta)$).

V

2.2 Allocations chômages dans un modèle d'appariement

Les allocations chômage sont une forme d'assurance pour les travailleurs employés en cas de perte de leur emploi. Cependant, elles doivent être financées par une taxe sur les revenus d'emploi. Donc plus les allocations sont élevées, plus les travailleurs présentement employés doivent contribuer pour des bénéfices qu'ils ne recevront que dans le futur. Nous essayons ici de déterminer le niveau optimal de compensation du point de vue des travailleurs employés et des chômeurs.

Supposez que tous les travailleurs aient une fonction d'utilité u qui soit concave en consommation (et uniquement fonction de la consommation). Supposez également qu'il ne soit pas possible de prêter ou d'emprunter, et que donc les revenus soient entièrement consommés chaque période. Le revenu est égal à $w(1-\tau)$ pour les travailleurs employés et égal à b pour les chômeurs [w : salaire; τ : taxe sur le salaire; b : allocations chômage]. Comme nous l'avons fait en classe, nous supposons que le marché de l'emploi soit frictionnel et utilisons un modèle d'appariement à la Pissarides. Il y a un taux de séparation exogène s à la suite de quoi les travailleurs perdent leurs emplois. Le taux auquel les travailleurs trouvent un emploi est dénoté a.[1] Ces taux sont constants. *Le salaire est aussi pris comme constant.* Le futur est escompté au taux r.

1. Quelles sont les variables d'état des travailleurs ? Ecrivez les équations de Bellman pour la valeur de l'emploi V_e et pour la valeur du chômage V_u.
2. Résolvez pour trouver V_e et V_u. Ecrivez les en terme de moyenne pondérée de l'utilité des salaires après taxe et de l'utilité des allocations chômage. Donnez une interprétation intuitive. Que se passe-t-il quand $r \to 0$?
3. Calculez le taux de chômage $u\%$ à l'état stationnaire.
4. Les allocations chômage sont financées par une taxe sur les salaires des employés. Ecrivez la condition de balance budgétaire. En particulier, de quoi dépend le taux d'imposition τ ?

[1] Puisqu'en classe, nous avons considéré les modèles d'appariement soit en temps continu, soit en temps discret, vous pouvez choisir comment procéder.

5. Quel est le niveau d'allocation chômage préféré par les travailleurs employés ? par les chômeurs ? Comparez ces deux niveaux au niveau d'assurance complète. Pour les calculs, supposez que (w, s, a) soient constants.
6. Supposez que le planificateur social essaie de maximiser la moyenne pondérée du bien-être des travailleurs employés et de celui des chômeurs, i.e. $(1 - u\%) \cdot V_e + u\% \cdot V_u$. Quel niveau de bénéfices choisirait-il ? Donnez une interprétation intuitive.