ECO 9015 (Delacroix) **Examen intermédiaire** **Automne 2020**

Exercice 1: *(40 points)*
Soit un modèle d'industrie(s) avec séparations exogènes. Il y a deux biens dans l'économie, chacun produit dans une industrie spécifique par des firmes hétérogènes. Les biens (industries) sont dénotés $\mathcal{X}$ et $\mathcal{Y}$ et sont vendus aux prix p_x et p_y, respectivement. Les firmes dans chaque industrie sont à tout moment caractérisées par une productivité idiosyncratique $s \in S$. Il y a deux processus stochastiques décrivant *(i)* les chocs de productivité pour les firmes en place (matrice de transition $Q(s, s')$) et *(ii)* les probabilités pour les tirages de productivité initiaux ($\nu(s)$). En plus de ces transitions, les firmes sont sujettes à un choc absorbant avec probabilité λ, qui les forcent à sortir du marché. (S, Q, ν, λ) sont les mêmes dans chaque industrie. Toutes les firmes produisent suivant la même technologie $y = sn^\theta$ - de telle sorte que la valeur produite par ces firmes est donnée par psn^θ où $p = (p_x, p_y)$ suivant l'industrie, et paient leurs employés un salaire (w_x, w_y) suivant l'industrie. Chaque période, des masses de firmes entrantes M_x et M_y arrivent dans chaque industrie. Ces firmes ont payé un coût d'entrée la période précédente ($c_{e,x}$ dans $\mathcal{X}$ et $c_{e,y}$ dans $\mathcal{Y}$), et ont été sujettes cette période aux processus stochastiques caractérisés par λ et $\nu(s)$. Les marchés sont compétitifs. *(En vrac: horizon infini; taux d'escompte: β; $u(x, y, N) = \ln c(x, y) - AN$; $c(x, y) = x^\phi y^{1-\phi}$.)*

1) Avant de commencer quoi que ce soit, définissez l'équilibre sous la forme "Un équilibre est composé d'(*allocations*) et de (*prix*) tels que (*conditions*).". Que faut-il placer dans (*allocations*), (*prix*) et (*conditions*)?
2) Donnez le(s) variables d'état et le(s) variables de contrôle du problème des firmes.
3) Le salaire payé dans $\mathcal{X}$ est-il le même que celui payé dans $\mathcal{Y}$? Expliquez votre réponse.
4) Après avoir donné leur équation de Bellman, résolvez le problème des firmes dans chaque industrie. En particulier, exprimez leurs demandes individuelles $(n_x(s), n_y(s))$ de travail et leurs profits individuels $(\pi_x(s), \pi_y(s))$. Donnez également leurs productions individuelles $(y_x(s), y_y(s))$.
5) Pour simplifier, vous pouvez discrétiser S et donc les processus (Q, ν). Exprimez le système que doivent satisfaire $\{V_x(s_i)\}_i$ dans $\mathcal{X}$ et $\{V_y(s_i)\}_i$ dans $\mathcal{Y}$.
6) Les coûts d'entrée dans chaque industrie sont payés en unités de biens produits dans l'industrie (par exemple, une firme qui veut rentrer dans $\mathcal{X}$ doit payer $c_{e,x}$ unités du bien $\mathcal{X}$.) Exprimez les conditions le libre entrée dans chaque industrie.
7) Exprimez les systèmes qui permettent de calculer les distributions stationnaires dans chaque industrie $\mu_x(s)$ et $\mu_y(s)$, de même que les systèmes donnant les distributions stationnaires par entrant $\widehat{\mu}_x(s)$ et $\widehat{\mu}_y(s)$. Que constatez-vous?
8) Résolvez le problème du ménage représentatif et finissez de résoudre le modèle, en regroupant les conditions d'équilibre.[1] Expliquez comment résoudre ce système.
9) Si les coûts d'entrée diffèrent (par exemple $c_{e,y} > c_{e,x}$), dans quelle industrie trouve-t-on les prix les plus élevés? Pourquoi? Donnez une réponse "technique" et une réponse "intuitive".

Exercice 2: *(40 points)*
Il y a deux types de biens, produits dans deux secteurs différents: un bien qui sert en production (tel de l'équipement) et un bien qui est consommé. Nous allons dénoter le premier par k_t et le second par c_t. Ce sont deux biens différents, donc avec des prix différents

[1] Arrangez-vous pour donner un système avec trois inconnues au maximum.

(p_{kt} et p_{ct}). Les biens d'équipement sont produits avec de l'équipement seulement: la firme représentative dans ce secteur produit selon la technologie $f(k_t) = Ak_t$, en n'utilisant que de l'équipement. La firme représentative dans le secteur de la consommation produit selon la technologie $g(h_t, k_t) = h_t^{1-\alpha} k_t^{\alpha}$, à partir des deux facteurs travail et équipement. Les marchés sont compétitifs, le salaire est donné par w_t et le rendement du capital par r_t. Les préférences du ménage représentatif sont caractérisées par la fonction d'utilité $u(c_t) = (c_t^{1-\sigma} - 1)/(1-\sigma)$.
Clarifications en vrac: (1) les fonctions f et g représentent les technologies utilisées par les firmes individuelles, de telle sorte que l'investissement agrégé $I_t = K_{t+1} - (1-\delta)K_t = A(1-\phi_t)K_t$ et que la consommation agrégée $C_t = H_t^{1-\alpha}(\phi_t K_t)^{\alpha}$, où ϕ_t représente la proportion (endogène) de l'équipement utilisée dans le secteur consommation; (2) Dans les deux secteurs, la firme représentative utilisant k_t unités d'équipement pour produire paie $r_t p_{kt} k_t$ pour le capital utilisé.

1) Posez et résolvez le problème de la firme représentative dans le secteur équipement.
2) Posez et résolvez le problème de la firme représentative dans le secteur consommation.
3) Le sentier de croissance équilibrée (SCE) est défini comme d'habitude, mais avec la condition supplémentaire que ϕ_t soit constant. Le long du SCE, calculer le taux de croissance de l'équipement g_k en fonction du taux de croissance de la consommation g_c. Calculez également le taux de croissance g_p du prix du bien d'équipement relatif au bien de consommation (i.e. $p_t = p_{kt}/p_{ct}$).
4) Résolvez pour le problème du ménage représentatif: (a) quelles sont ses variables d'état et de contrôle? (b) quelle est sa contrainte de budget? (c) donnez l'équation de Bellman décrivant son problème; (d) obtenez les conditions de premier ordre caractérisant sa/ses règles de décision.
5) Utilisez l'ensemble des résultats ci-dessus afin de trouver une expression pour g_k uniquement en fonction de variables exogènes. En déduire une expression pour ϕ.
6) Supposez $u(c_t) = \ln c_t$ (et donc $\sigma = 1$). Y a-t-il une condition sur A pour assurer une croissance positive de l'économie?

Question 3: *(20 points)* Réponses courtes et précises fortement appréciées
1) Quelles sont les différences fondamentales entre un problème d'équilibre et un problème optimal?
2) Que dit le théorème de l'application contractante et comment l'applique-t-on dans la contexte de la programmation dynamique?
3) Quelles sont les forces et les limites de la méthode d'itération sur la fonction de valeur?
4) Dans un environnement avec de la croissance exogène, pourquoi faut-il stationnariser le modèle avant d'utiliser la programmation dynamique?
5) Dans le papier d'Hansen et Wright, pourquoi est-ce que l'hypothèse de production domestique réussit à augmenter la volatilité du marché de l'emploi?
6) Dans le modèle d'industrie, l'ajout de coûts de licenciement proportionnels au salaire et à la taille de l'ajustement rend le problème réellement dynamique. Qu'en est-il: *(i)* si les coûts de licenciement sont proportionnels ni au salaire, ni à la taille de l'ajustement (donc fixes)? *(ii)* si les coûts sont seulement proportionnels à la taille de l'ajustement? Expliquez.